



TITLE:

植物群落内の放射伝達と運動量輸  
送のモデル化に関する研究(  
Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

平岡, 久司

---

CITATION:

平岡, 久司. 植物群落内の放射伝達と運動量輸送のモデル化に関する研  
究. 京都大学, 1993, 博士(工学)

ISSUE DATE:

1993-03-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/3066350>

RIGHT:

新 制
工
914
京大附図

# 植物群落内の放射伝達と運動量輸送の モデル化に関する研究

平成5年1月

平 岡 久 司



# 植物群落内の放射伝達と運動量輸送の モデル化に関する研究

平成5年1月

平 岡 久 司





## 序 文

この研究は、植物群落内の放射伝達と運動量輸送のモデル化に関する問題点を研究したものである。

夏季の屋外の居住空間において、植栽の人体へのサーマルコンフォートへの効果に関しては多くの実測により明らかにされている。樹木においては、日射に遮蔽により人体に入射する短波放射量を軽減する。また、葉面での水分蒸発により葉温の上昇を防ぎ、このことが人体に入射する長波放射量を軽減する。足元付近の地面が草地の場合には、長波放射による人体へのサーマルコンフォートへの効果が大きい。足元付近の地表面温度が人体のサーマルコンフォートに大きく影響することは数値実験からも知られている<sup>1, 2)</sup>。

人体の温熱生理状態を予測するためには、人体周りの物理量として、短波放射、長波放射、気流、湿度、そして気温を知る必要がある。人体周りに植栽がある場合には、植栽を通しての短波放射量（樹木の場合には透過量、草地の場合には反射量）、葉面温度（長波放射量）、植栽による気流、湿度、気温の変化を知る必要がある。これらの量を解析的に予測しようとすれば、植栽内の熱・水分収支式が必要である。現在では数値的に解けるような、植栽内の熱・水分収支式はない。なんらかのモデル化が必要である。植栽内の熱・水分収支をモデル化する際には、そのサブモデルとして、植栽内の放射伝達モデル、運動量輸送モデル、そして根からの水分吸収モデルが必要になる。（この点に関しては第1章で述べる。）本研究では、これらの3つのモデル化のうち、人体へのサーマルコンフォートへの効果が大きい、放射伝達モデル、運動量輸送モデルの2つのモデル化について考察する。運動量輸送モデルに関しては、浮力の効果をも考慮すべきであるが、気層部分での温度の輸送方程式のモデル化が今の段階では確立されたものがないため、本研究では取り扱わない。等温状態での運動量輸送のモデル化について考察する。

第1章では植物群落内の熱・水分収支モデルの研究のレビューを行う。現在の熱・水分収支モデルはすべて1次元モデルであり、1次元モデルにのみ通用する実験式によるモデル化が組み込まれていることを指摘し、本研究で必要な2、3次元のモデルは研究されていない点について述べる。また、植物群落内の熱・水分収支モデルを作成するに当たり、上記の3つのサブモデル（植栽内の放射輸送モデル、乱流モデル、そして根からの水分吸収モデル）のモデル化が必要であることを説明する。

第2章ではRossの植栽内の放射輸送モデルを取り上げ、説明する。Rossのモデルは現在ある植栽内の放射輸送モデルで最も優れたモデルであり、3次元場への拡張も可能であるが、1つの問題点を含む。モデルの導出と共に、モデルを構築する際の問題点を指摘する。

第3章では植物層の透過率の測定データとRossのモデルの計算結果との比較から、Rossのモデルの持つ問題点についての検討を行い、その問題点が実用面でどの程度のものであるかを調べる。

第4章では植物層のReflectance Factorの測定データとモデルの計算結果との比較から、モデルに組み込む単一葉の散乱特性の近似化の問題について検討する。現在の計算機の能力では、Rossのモデルを正確に数値計算することは不可能に近いので、なんらかの近似化が必要になる。単一葉の散乱特性を近似化することにより、計算が可能になるが、その近似化による誤差が実際にはどの程度のものであるかを調べる。

第5章では植物群落内の乱流モデルの作成を試みる。現在植物群落内の乱流モデルにおいて完結したモデルは少ない。完結した乱流モデルはモデルの構成方法が明確でない。この章では構成方法が明確な、完結した乱流モデルの作成を行う。流れの支配方程式をアンサンブル平均し、後に空間平均する平均操作を行い、流れの支配方程式を平均化する。その際に生じる完結問題に関しては、乱流モデルで用いられている半実験的方法を適用する。

第6章では第5章で提示した乱流モデルの有効性を検討するために、乱流モデルの計算結果と実験データとの比較を行う。本研究で作成した植物群落内の乱流モデルは内部の抵抗物体が体積を持つ場合にも適用可能であるため、同じモデルが都市キャノピー乱流にも適用できる。この章では、第5章で提示した乱流モデルを植物キャノピー乱流と都市キャノピー乱流に適用し、モデルの有効性を検証する。

第7章では他の植物群落内乱流モデルと本研究で示した乱流モデルとの、モデル構成面からの比較を行い、モデル化の方法がどのように異なるかを示す。他のモデルの特色を本研究で示したモデル化の方法との比較において明らかにしていく。

第8章では他の植物群落内乱流モデルと本研究で示した乱流モデルとの違いを、計算結果の比較において考察する。比較の対象としたモデルは完結しモデルのみを取り上げた。種々のモデルにおいて、モデルの方程式の最も大きな違いは粘性消散率の方程式にある。この式の違いが結果にどのように影響するかを調べた。

第9章では市街地風の数値計算の詳細を述べる。この計算結果は都市キャノピー乱流の基礎データとして用いている。5章で提示した乱流モデルの検証のためのデータとして使用している。

## 参考文献

- [1] 中村泰人，平岡久司：昭和61年，' 二次元長方形市街地空間の表面の温度および熱流に関する解析的研究'，日本建築学会計画系論文報告集，第367号，8-14.
- [2] 中村泰人，平岡久司：昭和61年，' 二次元長方形市街地空間の路上にある人体の熱負荷に関する解析的研究'，日本建築学会計画系論文報告集，第369号，12-21.

(注) 本論文では、式、図表および参考文献の番号は各章で独立した付け方をした。



# 目 次

1章 植物群落内の熱・水分収支モデルのレビュー	1
1節 はじめに	1
2節 植物群落内の基礎式とモデリングの問題点	3
(2.1) 植物群落内の熱・水分収支の基礎式	3
(2.2) 植物群落内の熱・水分収支モデルのレビュー	6
3節 植物群落内での放射のモデル化	8
(3.1) Rossの植物群落内での放射輸送方程式	8
(3.2) 他の放射輸送モデル	11
(3.3) まとめ	12
4節 植物群落内での乱流モデル	15
(4.1) 乱流モデルのレビュー	15
(4.2) 植物群落内の乱流モデルの計算例	17
(4.3) まとめ	18
5節 根からの水分吸収のモデル化	24
(5.1) 土壌内の熱・水分同時移動式	24
(5.2) MolzとHerkelrathのモデル化	27
(5.3) その他の吸水関数のモデル	28
(5.4) モデル化の問題点	29
6節 まとめ	31
参考文献	32
2章 Rossの植物群落内放射輸送方程式	39
1節 はじめに	39
2節 単一葉の散乱、吸収特性の定義	39
3節 Rossの植物群落内放射輸送方程式の導出	41
4節 Rossの放射輸送方程式の問題点	46

5節	Rossの放射輸送方程式に関する現在までの研究について	49
6節	まとめ	50
	Appendix : 記号及び用語の定義	51
	参考文献	56
3章	Rossの放射輸送方程式の検証 (Szeiczの測定との比較)	58
1節	はじめに	58
2節	Rossの植物群落内の放射輸送方程式の解法	58
	(2.1) Ross の植物群落内の放射輸送方程式の解法	58
	(2.2) 植物キャノピーモデル	59
	(2.3) 摂動展開による解法	61
3節	実験データとの比較	63
	(3.1) Szeicz の測定	63
	(3.2) 測定データ	63
	(3.3) 計算に必要な入力データ	64
	(3.4) 測定データとの比較	67
4節	まとめ	69
	参考文献	74
4章	Rossの放射輸送方程式の検証 (Ransonの測定との比較)	75
1節	はじめに	75
2節	Ransonの測定についての概要	75
3節	計算方法の概要	78
4節	Reflectance Factor(RF)の計算結果と測定データとの比較	80
5節	まとめ	92
	参考文献	93
5章	植物群落内乱流のモデルリング	94
1節	はじめに	94
2節	平均化操作	95
	(2.1) 平均化操作の方法	95
	(2.2) 空間平均の定義	96

3節 基礎式の平均操作	99
(3.1) 平均流の式	99
(3.2) 乱れのエネルギー式	99
(3.3) レイノルズ応力の式	102
(3.4) 粘性消散の式	103
4節 物体から働く力の近似	105
5節 $(k - \epsilon)$ モデルの作成	106
(5.1) レイノルズ応力の近似	106
(5.2) 乱れのエネルギーの方程式の完結	106
(5.3) 粘性消散の方程式の完結	107
6節 レイノルズ応力方程式モデルの作成	111
7節 まとめ	114
参考文献	115
6章 植物群落内乱流モデルの検証	117
1節 はじめに	117
2節 植物キャノピー内の1次元乱流場の解析	117
(2.1) Shaw et al. の測定データとの比較	118
(2.2) Wilson, J.D. の測定データとの比較	120
(2.3) まとめ	121
3節 都市キャノピー内の1次元乱流場の解析	134
(3.1) 数値実験の概要	134
(3.2) 数値実験データとの比較	136
(3.3) まとめ	138
4節 考察	151
5節 まとめ	155
参考文献	157
7章 植物群落内乱流モデルの理論的比較	158
1節 はじめに	158
2節 Wilson and Shaw のモデル	158



3節 Yamada と鶴野のモデル	160
4節 村上、加藤のモデル	163
5節 Wilson, J.D. のモデル	164
6節 まとめ	171
参考文献	174
8章 植物群落内乱流モデルの計算結果による比較	175
1節 はじめに	175
2節 粘性消散の方程式の違い	175
3節 各モデルでの計算結果の比較	178
4節 まとめ	186
参考文献	188
9章 3次元市街地風の数値計算	189
1節 はじめに	189
2節 予備的考察	189
3節 支配方程式と境界条件の検証	190
(3.1) 1次元乱流モデルでの検討	190
(3.2) 1次元乱流モデルでの結果	193
(3.3) 2次元模型での計算結果との比較	196
(3.4) まとめ	199
4節 市街地風の計算	200
[Appendix-1] 周期境界条件でのエネルギー供給について	202
[Appendix-2] 圧力勾配項の導入方法について	203
[Appendix-3] 1次元乱流境界層のプロファイルの推定	205
参考文献	210
総括	245
発表論文リスト	252

## 第1章 植物群落内の熱・水分収支モデルのレビュー

### 1. はじめに

この章では、植栽での熱・水分収支のモデリングに関する研究のレビューとその問題点について考察する。

植栽の熱・水分収支モデルの研究は、まだ発展段階にあり、完成されたものは無いように思える。このようなモデルの建築熱環境工学への適用としてはつぎのような種々の分野が挙げられる。

- (a) 植栽を含めた建築物の熱負荷解析（熱負荷解析）
- (b) 植栽の人体温熱生理への効果（thermal comfort）
- (c) 公園など、都市の緑地の微気候の解析
- (d) 都市気候、都市境界層の解析

(a)：蔭の張った壁、列植した樹木のある壁などの熱流解析、あるいは、広葉樹を配したグリーンハウス（住宅の一室）での夏期と冬期での熱負荷計算などは、建物の省エネルギー問題にとっても重要である。植栽の熱・水分収支のモデルを適用することにより、壁面に入射する放射量や熱伝達率の予測が可能になる。このような植栽を考慮した熱負荷計算を定量的に解析することが可能になる。

(b)：植栽による日射遮蔽、人体への長波放射量の低下などを、植栽の熱・水分収支モデルを用いて予測することにより、植栽の thermal comfort への効果を知ることができる。これは、市街地や建物外部空間に植栽を適切に配置することにより、熱的快適性を向上させることに役立つ。本研究ではこの分野への応用を目指している。

(c)：緑地の微気候を植栽の熱・水分収支モデルを用いて解析することにより、緑地の熱的快適性の効果を予測することができる。

(d)：都市スケールの問題に対しては、このような植栽の熱・水分収支モデルを都市の境界層を解析するためのモデルに組み込むことによって、緑地を含んだ都

市の気温形成の解析が可能になる。これは、都市の気温形成のメカニズムの解析や、都市の高温化に対する対処方法を見いだすことにも役立つ。

以上のように、植栽の熱・水分収支のモデリングの問題は、建築における熱環境工学の分野にとって重要な課題と考えられる。

本研究の内容は、植物群落内の気流と放射のモデリングに関するものであるが、研究の目標は、3次元空間に適用可能な植物群落内の熱・水分収支モデルの作成にある。このようなモデルを用いることによって、植栽による人体の熱的快適性への効果を定量的に解析することが可能になる。

この章での目的は、植栽の熱・水分収支モデルについて概説し、次の2点を示すことである。

(1) 植栽の熱・水分収支をモデリングする際に、そのサブモデルとして、

植栽内の気流のモデル

植栽内の放射のモデル

根からの水分吸収モデル

の作成が必要となることを明らかにする。

(2) 上記3つのサブモデルのレビューとモデルの問題点を示す。

2節では、熱・水分収支の基礎方程式を基に、植物群落内ではどの部分をモデル化する必要があるかを明らかにする。3節では、現在までの植栽内の放射のモデルのレビューと各モデルの問題点を説明する。4節では、現在までの植栽内の気流のモデルのレビューと各モデルの問題点を指摘する。5節では、根からの水分吸収のモデルのレビューを行なう。

## 2. 植物群落内の基礎式とモデリングの問題点

### (2. 1) 植物群落内の熱・水分収支の基礎式

この節では、植物群落内の熱・水分収支の基礎式と、モデリングすべき問題点とを考察する。まず、植物群落内に基本体積要素を考える。この体積要素内には、葉が数多く含まれており、空気と葉との間で熱交換と水分蒸発が生じている。このような現象を式で表してみる。

#### (a) 空気部分の基礎式

最初に、空気部分を考える。ここでは、空気の性状を表す基礎式は、連続の式、ナビエ・ストークス式、温度、そして湿度(比湿)の方程式である。(次式)

(連続の式)

$$\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2-1)$$

(運動量式)

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\rho \partial x_i} + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} + \beta g \tilde{\theta} \quad (2-2)$$

(温度の式)

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{\theta}}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial x_j^2} \quad (2-3)$$

(湿度の式)

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{q}}{\partial x_j} = \gamma \frac{\partial^2 \tilde{q}}{\partial x_j^2} \quad (2-4)$$

上式を、時間平均、あるいは、アンサンブル平均（この論文ではエルゴード性を仮定して、時間平均とアンサンブル平均は同じものと見做す）した後、基本体積で空間平均（記号は<>で示す）すると、以下のような、葉面との運動量、エネルギー、そして水分交換を含んだ式が生じる。（（注）平均化操作の問題については、4節の「植物群落内での乱流モデル」で述べる。空間平均をする必要性に関しては、基本体積を数値計算を行なうときのセルと考えれば明らかである。このセル以下の気

流の性状は数値計算では求められない。空間平均することにより、セル以下の情報の平均状態を抽出することができる。)

$$\frac{\partial \langle \overline{U}_j \rangle}{\partial x_j} = 0 \quad (2-5)$$

$$\frac{\partial \langle \overline{U}_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \overline{U}_j \rangle \langle \overline{U}_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{\partial \langle \overline{P} \rangle}{\rho \partial x_i} - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} + \beta g \langle \overline{\Theta} \rangle - \frac{Fr_i}{\rho} \quad (2-6)$$

$$\frac{\partial \langle \overline{\Theta} \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \overline{U}_j \rangle \langle \overline{\Theta} \rangle}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{\theta u_j}}{\partial x_j} + \frac{Q}{\rho c_p} \quad (2-7)$$

$$\frac{\partial \langle \overline{q} \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \overline{U}_j \rangle \langle \overline{q} \rangle}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{q u_j}}{\partial x_j} + \frac{E}{\rho} \quad (2-8)$$

ただし、

$$\overline{u_i u_j} = \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle + \langle \overline{u''_i} \cdot \overline{u''_j} \rangle \quad (2-9)$$

$$\overline{\theta u_i} = \langle \overline{\theta' u'_i} \rangle + \langle \overline{\theta''} \cdot \overline{u''_i} \rangle \quad (2-10)$$

$$\overline{q u_i} = \langle \overline{q' u'_i} \rangle + \langle \overline{q''} \cdot \overline{u''_i} \rangle \quad (2-11)$$

$$Fr_i = \frac{\rho}{V_{a \ s(leaf \ area)}} \int \left[ \frac{\overline{P}(\mathbf{x}')}{\rho} \delta_{ij} - \overline{\tau}_{ij} + \overline{u'_i u'_j} \right] n'_j ds(\mathbf{x}') \quad (2-12)$$

$$Q = \frac{\rho c_p}{V_{a \ s(leaf \ area)}} \int \left[ \alpha \frac{\partial \langle \overline{\Theta}(\mathbf{x}') \rangle}{\partial x'_j} - \overline{\theta' u'_j} \right] n'_j ds(\mathbf{x}') \quad (2-13)$$

$$E = \frac{\rho}{V_{a \ s(leaf \ area)}} \int \left[ \gamma \frac{\partial \langle \overline{q}(\mathbf{x}') \rangle}{\partial x'_j} - \overline{q' u'_j} \right] n'_j ds(\mathbf{x}') \quad (2-14)$$

ここで、(2-9)式から(2-11)式は、平均化操作を施したことにより、新たに生じた未知量である。これらの項をいかにモデル化するかが、モデリングの1つの問題点である。これが、4節の「植物群落内での乱流モデル」での課題である。

(2-12)式は、抵抗物体としての葉群による気流の運動量の減衰を示す。この項は、抵抗係数と平均風速によって、実験的に表される。(5章参照)

(b) 葉面からの水分蒸発

(2-14)式は、葉からの水分蒸発を表す項である。この項は、次式で表される。

$$E = a(x)\alpha'(q_L - \langle \bar{q} \rangle) \quad (2-15)$$

葉の気孔内では相対湿度は100%と仮定してもよい。(この仮定の妥当性は5節で述べる。)従って、葉の比湿は葉温で飽和した状態の比湿として表される。

$$q_L = q_s(\Theta_L) \quad (2-16)$$

葉面からの水分蒸発量は、葉温と水分伝達率が既知であれば、予測可能である。蒸散による水分は根を通して、土壌から吸収される。土壌のどの部分からどの程度の水分吸収があるかを予測することがモデリングの第2の問題点となる。根による土壌からの水分吸収のモデル化に関しては、5節で述べる。

水分伝達率は、日射量、PAR(photosynthetically active radiation)、CO<sub>2</sub> 濃度、湿度、風速、気温など外界条件に大きく依存することがわかっている。これは気孔抵抗が上記の外界条件によって大きく変化するためである。水分伝達率がどのように表されるかについての説明は、実験式として実験により表されるためモデル化の必要はない。したがって本研究では省略する。

(c) 葉面と空気とのエネルギー交換

(2-13)式は、葉面と空気との対流熱伝達によるエネルギー交換を示し、(2-17)式で表される。葉面でのエネルギー収支式は、葉面で吸収される日射量を用いて(2-18)式で表される。

$$Q = 2a(x)h_c(\Theta_L - \langle \bar{\Theta} \rangle) \quad (2-17)$$

$$R_{abs} = 2a(x)h_r(\Theta_L - \langle \bar{\Theta} \rangle) + Q + L \cdot E \quad (2-18)$$

(2-18) 式より、葉面に吸収される日射量を求める必要があることがわかる。植物群落内での放射量を予測することが、モデリングの第3の問題点となる。植物群落内での放射量のモデル化に関しては、3節で述べる。熱伝達抵抗は、実験により平均風速に関係づけられる。(注) 長波放射に関しては、厳密には長波放射の支配方程式を必要とするが、今回は熱伝達率で簡易化した。植物群落内の長波放射の支配方程式は、4節の文献<sup>17, 18)</sup>に微積分方程式の形で与えられている。)

#### (d) まとめ

以上より、植物群落内での熱・水分収支を予測するには、次のような項目をモデル化する必要があることが明かとなった。

- ・ (2-9)式から(2-11)式を予測する必要がある。これは植物群落内での乱流をモデル化することになる。
- ・ 植物群落内での放射量を知る必要がある。これは植物群落内での放射をモデル化することになる。
- ・ 根による土壌からの水分吸収量をモデル化する必要がある。

#### (2. 2) 植物群落内の熱・水分収支モデルのレビュー

植物群落内の熱・水分収支モデルは、農業気象の分野で光合成の研究を中心として、広範囲に研究されている。このようなモデルは、SPAC(soil-plant-atmosphere continuum)あるいはSPAM(soil-plant-atmosphere modelling)と呼ばれている。SPACの主な研究としては、Cowan, I.R.<sup>2)</sup>, Goudrian, J.<sup>3)</sup>, Shuttleworth, W.J.<sup>9)</sup>, Stewart, D.W. & Lemon, E.R.<sup>13)</sup>, Wagnor, P.E.<sup>14)</sup>, 井上<sup>15)</sup>, 堀江<sup>16)</sup>らの研究がある。これらの研究を応用しようとする、次のような問題点が生じる。

- (1) これらのモデルはすべて1次元(水平方向に一様で、高さ方向のみ変化する)空間にのみ適用可能である。
- (2) 植物群落内の放射および気流性状に対して、どちらか一方(あるいは双方とも)に実験式を適用しており、2次元、3次元への拡張を不可能にしている。
- (3) 土壌内での熱・水分移動が考慮されておらず、SPAC全体をカバーしていない。

以上のような点を考慮し、以下の節では、SPACを構成するために重要な3つの課題（植物群落内の放射モデル、乱流モデルそして根による土壌からの水分吸収）について説明する。これらの課題に対しては個々に研究が進められており、これらの成果を取り入れることにより、植物群落内の熱・水分収支の新しいモデル化が可能になると考えられる。3節では、植物群落内の放射モデルの現在までの研究成果について、4節では、植物群落内での乱流モデルの研究状況について、5節では、根からの水分吸収のモデル化について、レビューを行なう。

## 記 号

$\sim$  : 瞬時値

$\bar{\phantom{x}}$  : アンサンブル平均

$\langle \phantom{x} \rangle$  : 空間平均

$\bar{u}_i$  : 瞬時の風速

$\bar{p}$  : 圧力（瞬時値）

$\bar{q}$  : 水蒸気の比湿（瞬時値）

$\bar{\theta}$  : 温度（瞬時値）

$\tau_{ij}$  : 分子粘性応力

$\alpha$  : 温度拡散係数

$V_a$  : 平均化体積

$n_i$  : 単位法線ベクトル  $n$  の  $i$  成分

$h_c$  : 対流熱伝達率

$h_r$  : （長波）放射熱伝達率

$R_{abs}$  : 葉に吸収される日射量

$\beta$  : 体膨張係数

$c_p$  : 空気の定圧比熱

$'$  : アンサンブル平均からの偏差

$''$  : 空間平均からの偏差

$\langle \bar{U}_i \rangle$  : 平均風速

$\langle \bar{p} \rangle$  : 平均圧力

$\langle \bar{q} \rangle$  : 平均比湿

$\langle \bar{\theta} \rangle$  : 平均温度

$L$  : 水の気化熱

$\gamma$  : 湿気拡散係数

$ds$  : 葉の微小面積

$a$  : 葉面積密度

$q_s$  : 飽和状態での比湿

$\alpha'$  : 湿気伝達率

$g$  : 重力加速度

$\rho$  : 空気の密度

添え字  $L$  : 葉を表わす



### 3. 植物群落内での放射のモデル化

この節では、Ross, J. の植物群落内での放射輸送方程式を中心に説明する。Ross の理論は、植物群落内の放射理論の中で最も完成度の高いものと思われる。

#### (3. 1) Ross, J. の植物群落内での放射輸送方程式

Ross, J. の植物群落内での放射輸送方程式は次式で表される。<sup>33), 34)</sup>

$$r_j \frac{\partial i(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x})G(\mathbf{x}, \mathbf{r})i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}')i(\mathbf{x}, \mathbf{r}')d\omega' \quad (3-1)$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{r}_L) |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')| d\omega_L \quad (3-2)$$

$$\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L) \cdot \cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (3-3)$$

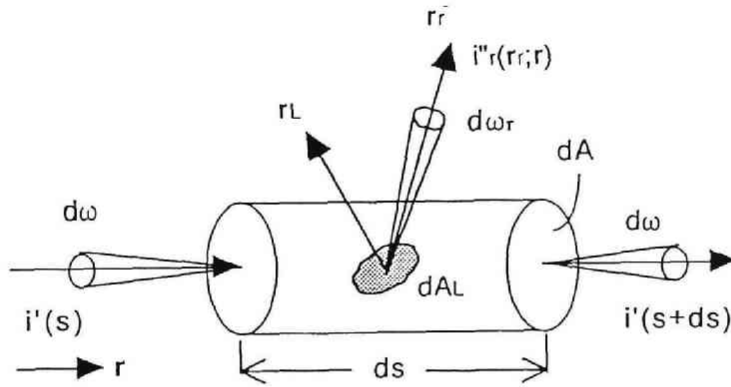
(但し、単一葉の散乱関数  $\sigma''$  は、Siegel & Howell, "Thermal Radiation Heat Transfer" の bi-directional diffusivity の定義を拡張した。)

ここで、 $G(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  は  $G$  関数と呼ばれ、 $\mathbf{r}$  方向の放射輝度が点  $\mathbf{x}$  を中心とする単位体積要素内で葉に遮られる割合を示す。葉群の散乱関数  $\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$  は、 $\mathbf{r}'$  方向の放射輝度が点  $\mathbf{x}$  を中心とする単位体積要素内の葉群によって  $\mathbf{r}$  方向に散乱される割合を示す。

Ross, J. の放射輸送方程式は、葉の配置関数（葉の向きの確率）、葉面積密度（単位体積当たりの葉面積密度）、そして単一葉の散乱関数によって理論が構築されている。

$G$  関数の物理的意味は、次のように解釈される。即ち、葉の向き  $\mathbf{r}_L$  を固定する（この段階では確率と考えない）。この時、 $G$  関数は次式で表される。

$$G = |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')| \quad (3-4)$$



(証明) ・  $r$  方向の放射輝度 ( $i$ ) が体積要素  $dA ds$  を通過するとき、放射束の減衰量  $\Delta F$  は、

$$\Delta F = [i(s+ds) - i(s)] d\omega dA = \frac{di(s)}{ds} dA ds d\omega \quad (3-5)$$

・ 葉によって遮られる量は、

$$\begin{aligned} & dA_L |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| \cdot i(s) d\omega \\ \therefore \Delta F &= -dA_L |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| \cdot i(s) d\omega \\ \therefore \frac{di(s)}{ds} &= -a |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| \cdot i(s), \quad a = \frac{dA_L}{dA ds} \end{aligned} \quad (3-6)$$

従って、 $G$  関数は、葉面の放射輝度  $r$  方向への射影面積と見なせる。これに葉の向き  $r_L$  の確率を考えれば、実際の  $G$  関数となる。

葉群の散乱関数の物理的意味は次のように解釈される。即ち、

・ 葉の散乱による  $r$  方向の放射束の増加量  $\Delta F$  は、

$$\Delta F = \int_{\omega'=4\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) i(\mathbf{r}') |\cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| (dA_L |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega) d\omega'$$

$$= dA_L d\omega \int_{\omega'=4\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) i(\mathbf{r}') |\cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L) \cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega' \quad (3-7)$$

・葉によって遮られる減衰量を加えれば、放射輝度の方程式は次式となる。

$$\frac{di(s)}{ds} = -a |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| i(s) + a \int_{\omega'=4\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) i(\mathbf{r}') |\cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L) \cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega' \quad (3-8)$$

・上式に葉の向き  $\mathbf{r}_L$  の確率を考えれば、Ross, J. の放射輸送方程式が誘導される。

Ross, J. の放射輸送方程式の誘導の詳細に関しては、次章で行なう。また、文献<sup>3)</sup>、<sup>4) 2)</sup> 参照。

Ross, J. の理論の問題点は、放射輝度の、葉によるmutual shading（基本体積要素内で、放射輝度が葉によって2回以上遮られる現象）が説明できない点である。この問題点に関しては、G関数と葉群の散乱関数を実験により補正する必要がある。

Ross, J. の放射輸送方程式の数値解法に関しては、Myneni, R.B., Shultis, J.K. ら<sup>2) 7)</sup> -<sup>3) 2)</sup>、<sup>3) 6)</sup> とGerstl, S.A.W., Simmer, C. ら<sup>2) 0)</sup> -<sup>2) 1)</sup>、<sup>3) 7)</sup> の研究がある。Myneni, R.B., Shultis, J.K. らの研究はRoss, J. の式の正確な解法を目指している。Gerstl, S.A.W., Simmer, C. らの研究は、大気-植物層間の放射量をdiscrete-ordinate FEM 法を用いて解析している。植物層の放射モデルに関してはRoss, J. の理論を借用している。但し、葉群の散乱関数に関しては、Henye-Greenstein 表現で近似化している。

Ross, J. の放射輸送方程式の数値計算した例を[図-3. 1] から [図-3. 4] に示す。[図-3. 1] はRanson の測定データと Ross のモデルの計算結果との比較（4章参照）を示したものである。計算値と測定値が良く一致しているのがわかる。[図-3. 2] から [図-3. 4] は平岡、中村<sup>4) 1)</sup> の計算結果である。[図-3. 2] は葉群の散乱関数を図示したものである。葉の配置関数による違いがよくわかる。[図-3. 3] は植物層の高さ方向での放射輝度（散乱成分）の詳細を示したものである。[図-3. 4] は葉群によって吸収される放射量の高さ方向の

分布を図示したものである。葉による散乱（散乱成分）が無視し得ないことがわかる。

### （３．２）他の放射輸送モデル

Ross, J. 以外の植物群落内の放射モデルに関しては、以下のようなモデルがある。

#### （a）Verhoef, W.<sup>39）、40）</sup>のモデル

この方法は、SAIL法(Scattering by Arbitrarily Inclined Leaves)と呼ばれる。n 個の上向き、下向き放射束密度の連立常微分方程式系を仮定し、そこに現われる係数を適当な方法で（理論的に）決定する。このような連立常微分方程式は、Ross, J. の放射輸送方程式を Schuster-Schwarzschild 近似したものと見なしてよい。

これに類した方法は、Suilts, G.H.<sup>38）</sup>、Allenn, W.A.<sup>17）、18）</sup>の研究がある。これらは一般に、n-flux 法と呼ばれている。

#### （b）Cooper, K. ら<sup>19）</sup>のモデル

Cooper, K. らは、Adding method で植物キャノピーの反射率を計算している。この方法の欠点は、植物群落内での放射の支配方程式を明確な形で表現していない点である。植物層を有限個の層に分割し、各層での透過率、反射率を用いて、無限回反射を計算した結果、植物キャノピーの反射率を計算している。この方法は、1 次元のみ有効であり、解法の一つと考えてよい。

#### （c）Kimes, D.S. ら<sup>24）、25）</sup>のモデル

この方法はモンテカルロ法の一つと見なしてよい。試行光線（放射輝度）の2回以降の散乱成分の取り扱いを、Cooper, K. ら<sup>3）</sup>の scattering matrix を応用して、簡易化している。

#### （d）Gutchick, V.P. ら<sup>22）</sup>の放射輸送方程式

Gutchick, V.P. らは、Ross, J. とは別に、植物群落内の放射輸送方程式を誘導した。式の形は Ross, J. のものと同じであるが、葉群の散乱関数を葉の配置関数からのみ

構築しており、単一葉の散乱特性の情報は組み込まれていない。

### (3. 3) まとめ

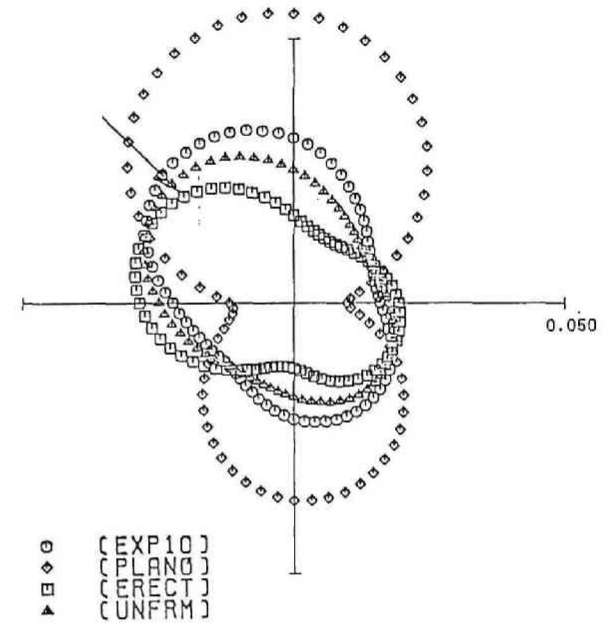
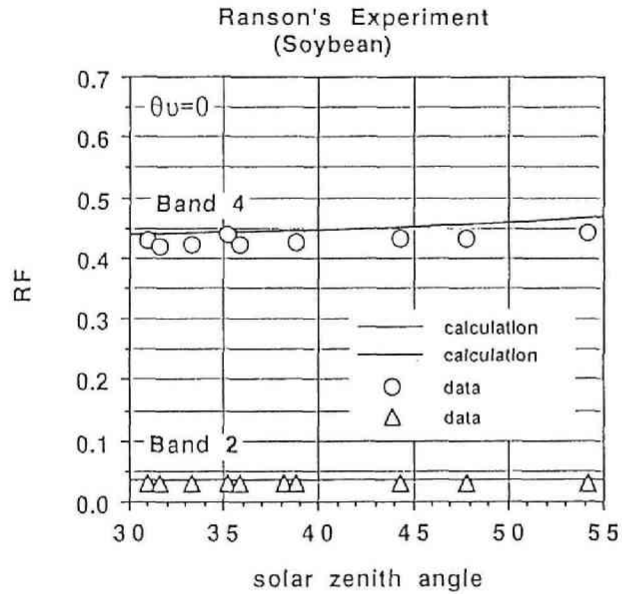
植物群落内での放射のモデルに関しては、Ross の放射輸送方程式が現在のところ最も優れたモデルである。Ross の放射輸送方程式は mutual shading がモデル化できていないため、実際の測定データとの比較によるモデルの検証が必要である。計算結果と測定値との対応もよい結果を得ていれば、実用上はRoss のモデルで十分であろう。

Ross の放射輸送方程式の導出に関しては 2 章で、実際の測定データとの比較によるモデルの検証に関しては 3 章と 4 章で行なう。

### 記 号

$i$ : 放射輝度	$r, r', r_L$ : 単位方向ベクトル
$a$ : 葉面積密度	$\omega, \omega', \omega_L$ : 立体角
$G$ : $G$ 関数	$g(r_L)$ : 葉の配置関数
$\theta$ : 天頂角 (極座標)	$\phi$ : 方位角 (極座標)
$\Gamma$ : 葉群の散乱関数	$r \cdot r'$ : $r$ と $r'$ のなす角度
$\sigma''$ : 単一葉の散乱関数	添え字 $L$ : 葉を示す

# SCATTERING FUNCTION OF FOLIADGE



AZIMUTH ANGLE (RIGHT) = 0.  
AZIMUTH ANGLE (LEFT) = 180.

INCIDENT INCLINATION ANGLE = 45.0  
TRANSMITTANCE OF LEAF = 0.20

図-3.1 Ross のモデルによる計算  
結果と実験データとの比較

図-3.2 葉群の散乱関数の例

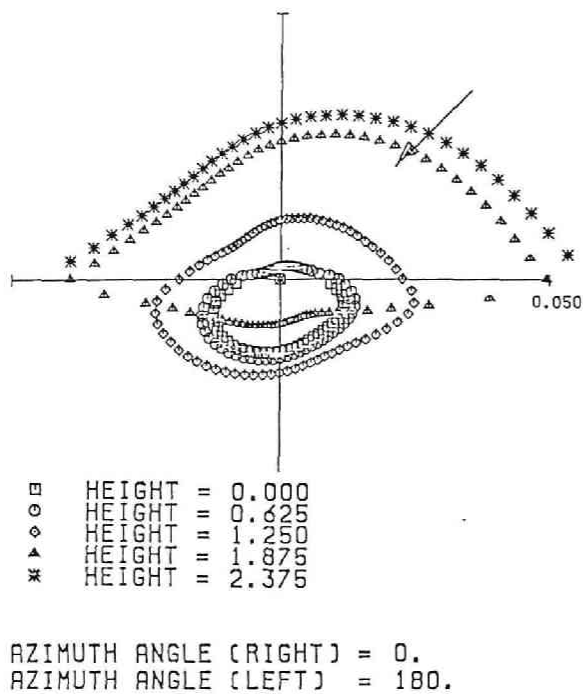


図-3.3 放射輝度（散乱成分）の高さ方向の分布の計算例

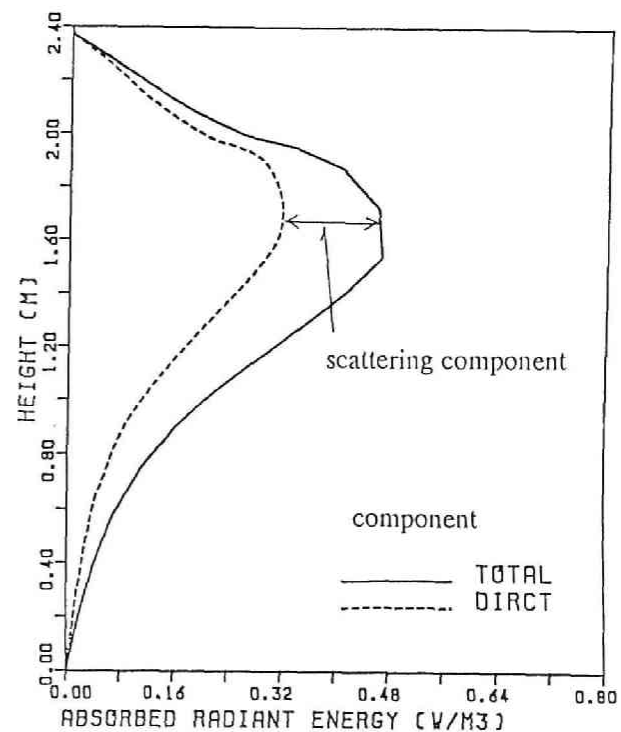


図-3.4 葉に吸収される日射量の計算例

#### 4. 植物群落内での乱流モデル

##### (4. 1) 乱流モデルのレビュー

##### (a) 植物群落内の乱流モデルの研究の開始

植物群落内の気流性状の解析的研究は、Inoue, E.<sup>46)</sup> や Cowan, I. R.<sup>43)</sup> によって始められた。植物群落内の気流性状の解析を乱流モデルとして取り扱ったのは、Kondo, J.<sup>46)</sup> らの研究が最初である。Kondo らは乱流拡散係数の概念を用い、長さのスケールをせん断力と速度勾配で表すことによりキャノピー流の予測を可能にした。Kondo, J. らのモデルは、0 次方程式モデルと言える。乱れのエネルギーや粘性消散量の方程式は導入していない。

##### (b) Wison, N. R. and Shaw, R. H. の乱流モデル

実際の乱流モデルとしての研究は、Wison, N. R. and Shaw, R. H.<sup>53)</sup> によって始められた。Wison, N. R. and Shaw, R. H. の研究は、以後の植物キャノピー乱流モデルの研究の基礎となっている。

Wison, N. R. and Shaw, R. H. のモデル化は、次のように要約される。

- (1) 連続の式とナビエ・ストークスの式を空間平均する。時間平均（アンサンブル平均）は行なわない。
- (2) 平均流の式には、（空間変動成分による）レイノルズ応力と葉から受ける抗力が現われる。
- (3) 抗力に関しては、抗力係数を用いて平均流と関係づける。
- (4) レイノルズ応力の式をナビエ・ストークスの式から導出し、半実験的方法によってモデル化する。

以上が、Wison, N. R. and Shaw, R. H. のモデル化の方法である。

Wison, N. R. and Shaw, R. H. のモデルは測定値と良く一致したが、次のような問題点が残る。

- (1) レングスケール（あるいは、粘性消散）の式をモデル化していない。レングスケールは既知として与えている。モデルが完結していない。
- (2) 空間平均を行えば、時間平均を行なったことになると思なしている。この仮定は一般には成り立たない。



### (c) 他の乱流モデル

井上<sup>55)</sup>は、Wilson, N.R. and Shaw, R.H. のモデルを種々の植物キャノピー流に適用し、良い結果を得ている。

Yamada, T.<sup>54)</sup>は、空間平均を行なえば、時間平均を行なったことになると見なし、乱れのエネルギーに関しては、Wilson, N.R. and Shaw, R.H. のモデルを用い、レンジスケールの方程式に抗力の効果を組み入れた(k-kl) 2 方程式モデルを提案した。Yamada, T. のモデルは完結したものとなっているが、次のような問題点がある。即ち、第一に、空間平均を行なえば、時間平均を行なったことになると見なししている点、第二に、ナビエ・ストークス式からモデルを作成していない点、である。時間(あるいは、アンサンブル)平均を行なっただけでは、Wilson, N.R. and Shaw, R.H. のモデルは誘導できない。

鶴野<sup>55)</sup>は、Yamada, T. の (k - k l) モデルを (k - ε) 2 方程式モデルに変換し、植物キャノピーでの乱流モデルを都市境界層の解析に適用した。このような抗力の効果を組み込んだ乱流モデルを用いることにより、都市の夜間の温度逆転層の形成を数値的に再現させることに成功した。都市の夜間の温度逆転層は建物の数倍程度の高さで生じるため、従来の粗度を用いた方法では、このような都市の温度逆転層を予測することは困難である。

Raupach, M.R. and Shaw, R.H.<sup>50)</sup>は、植物キャノピー乱流の平均化の方法について研究し、空間平均のみのモデル化と時間と空間両平均を施したモデル化との違いを明らかにした。

村上、加藤<sup>57)、58)</sup>は、クリーンルーム内の気流性状に関して、床グレーチング部の解析に、同様な (k - ε) モデルを提案している。村上、加藤らのモデルは完結したモデルであり、植物群落内の乱流にも適用可能である。村上、加藤らのモデル化の方法は、基本体積内での運動量と運動エネルギーの収支を取ることであり、モデルを作成しており、マクロな方法によるモデル化と言える。

Wilson, J.D.<sup>53)</sup>は、時間に関して多重尺度展開を行なう方法を示している。しかし、ナビエ・ストークス式からの展開は行なっておらず、イメージ(物理的考察のみ)によるモデルの作成となっている。

平岡、丸山<sup>59)</sup>は、ナビエ・ストークス式を時間（アンサンブル）平均した後、空間平均する方法を用いて、植物および都市キャノピーの乱流モデルを作成した。完結問題に関しては、Launder, B.E. ら<sup>48)</sup>の方法に従い、モデルを完結している。また、平岡、丸山はモデルの計算結果と、Wilson and Shaw および Wilson, J.D. の測定結果との比較を行ない、平均流、乱れのエネルギーともにより一致を得ている。

#### （d）植物群落内の乱流モデルの問題点

植物群落内の乱流モデルの問題点は、現段階では平均流の定義が明確でない点である。Wilson, N.R. and Shaw, R.H. のモデルでは、空間平均したものを平均流とし、これが時間（アンサンブル）平均した平均流になるとしている。Yamada, T. は時間（アンサンブル）平均したものを平均流としている。但し、モデルは、空間平均した Wilson, N.R. and Shaw, R.H. のモデルを借用している。平岡、丸山は時間（アンサンブル）平均した後、空間平均したものを平均流と定義している。Wilson, J.D. のモデルでは、定義は明確で無い。

Raupach, M.R. and Shaw, R.H. が、空間平均のみのモデル化と時間と空間両平均を施したモデル化との違いを明らかにしているように、平均流の定義の違いにより、完結させる乱流（変動）成分の式も異なったものになってしまう。

時間（アンサンブル）平均のみ行なえば、抵抗物体から生じる抗力をモデルに組み込むことは困難である。空間平均のみでは、 $(k - \epsilon)$  モデルのような場の方法による乱流モデルの作成は難しい。

#### （4. 2）植物群落内の乱流モデルの計算例

平岡、丸山の乱流モデルでの計算結果<sup>59)</sup>を [図-4. 1] から [図-4. 5] に示す。乱流モデルは [表-4. 1] と [表-4. 2] に示す。表に現われる係数の値は、 $C_{p\epsilon}$ ,  $C_{rr}$  を除いて、一般の  $(k - \epsilon)$  モデル、レイノルズ応力方程式モデルでの係数の値と同じである。

植物群落内での乱流に対しては、有効体積率  $G$ （空間平均体積内の空気の体積／空間平均の体積）、抵抗物体によって作り出される渦（wake）の特徴長さ  $L$ 、係数  $C_{p\epsilon}$ 、そして乱流拡散項の補正項  $C_{rr}$  を次のようにした。

$$G = 1$$

$$L = 1 / a(z), \quad a(z) \text{ は葉面積密度}$$

$$C_{pe} = 1$$

$$C_{rr} = 1 + C_{rr}' \cdot a(z) / \max(a(z))$$

$C_{rr}'$  は  $\max(a(z))$  に依存するが、ここでは 1 程度とした。葉による抗力係数  $C_f$  の値は、Wilson, N.R. and Shaw, R.H. の値 0.2 を用いた。

〔図-4. 1〕は、〔表-4. 1〕で示した  $(k - \epsilon)$  モデルと、一般の  $(k - \epsilon)$  モデルとの比較を示す。case 1 は、平均流の式と乱れのエネルギーの式に抗力の効果を組み込み、粘性消散の式は今までのモデルを用いたものである。case 2 は、平均流の式に抗力の効果を組み込み、乱れのエネルギーと粘性消散の式は今までのモデルを用いたものである。○印は測定値である。今回のモデルが測定値と良く一致しているのがわかる。

〔図-4. 2〕、〔図-4. 3〕は、〔表-4. 1〕で示した  $(k - \epsilon)$  モデルの計算結果である。平均流、乱れのエネルギー共に良い一致を示している。（但し、〔表-4. 1〕のモデルでの乱れのエネルギーの定義には、空間変動成分（dispersive flux）を含んでいるため、〔図-4. 3〕については現時点では測定値との正確な比較はできない。）

〔図-4. 4〕、〔図-4. 5〕は、〔表-4. 2〕で示したレイノルズ応力方程式モデル(RSM)の計算結果である。平均流、乱れのエネルギー共に良い一致を示している。（但し、〔表-4. 2〕のモデルでの乱れのエネルギーの定義には、空間変動成分（dispersive flux）を含んでいるため、〔図-4. 5〕については現時点では測定値との正確な比較はできない。）

#### （4. 3）まとめ

現在までの植物群落内の乱流モデルは、平均流に関しては測定値と比較的良く一致する。乱れのエネルギーに関しては、平均流や乱流統計量の定義の不一致、およ

び計測の困難さから、どの程度信頼のおけるものかは、いまのところ不明である。  
今後、実験との対応を数多く調べる必要があろう。

また、気温と湿度の乱流モデルの研究は、現段階では行なわれていない。今後の課題となろう。

## 記 号

$\langle \bar{U}_i \rangle$  : 平均風速

$\langle \bar{P} \rangle$  : 平均圧力

$\overline{u_i u_j}$  : Reynolds 応力

$k$  : 乱れのエネルギー

$\varepsilon$  : 粘性消散

$\nu_t$  : 動粘性係数

$L$  : 渦 (wake) の特徴長さ

$G$  : 有効体積率

$a$  : 葉面積密度

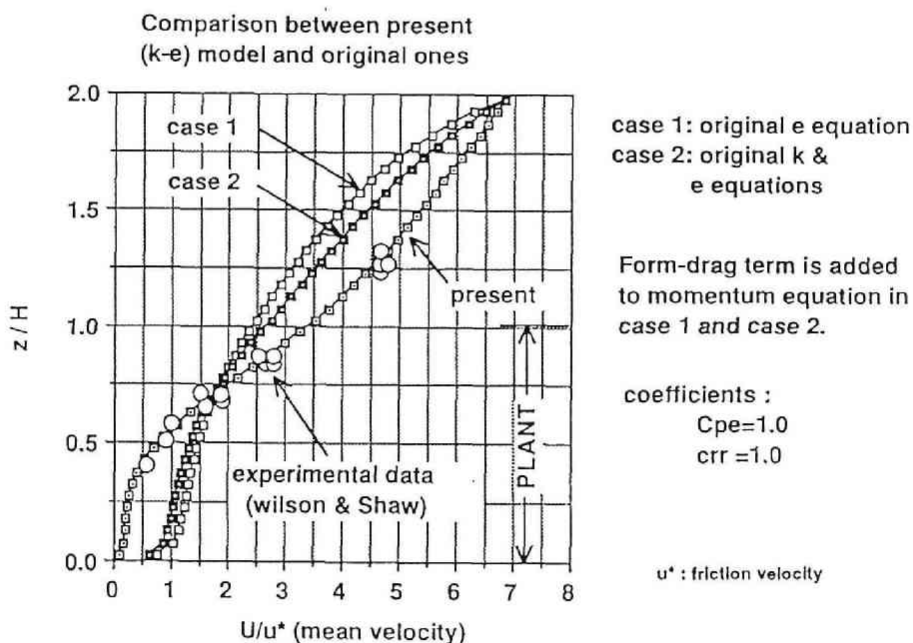


図 - 4 . 1 植物キャノピー乱流モデルと一般の乱流モデルとの比較の例

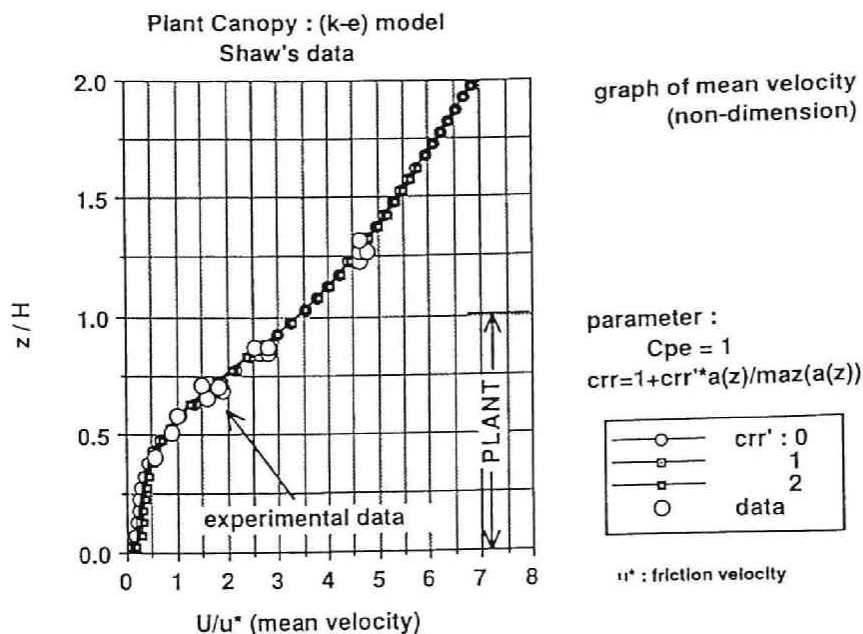


図 - 4 . 2 (k-ε) 植物キャノピー乱流モデルによる  
植物キャノピー流の計算 (平均風速)

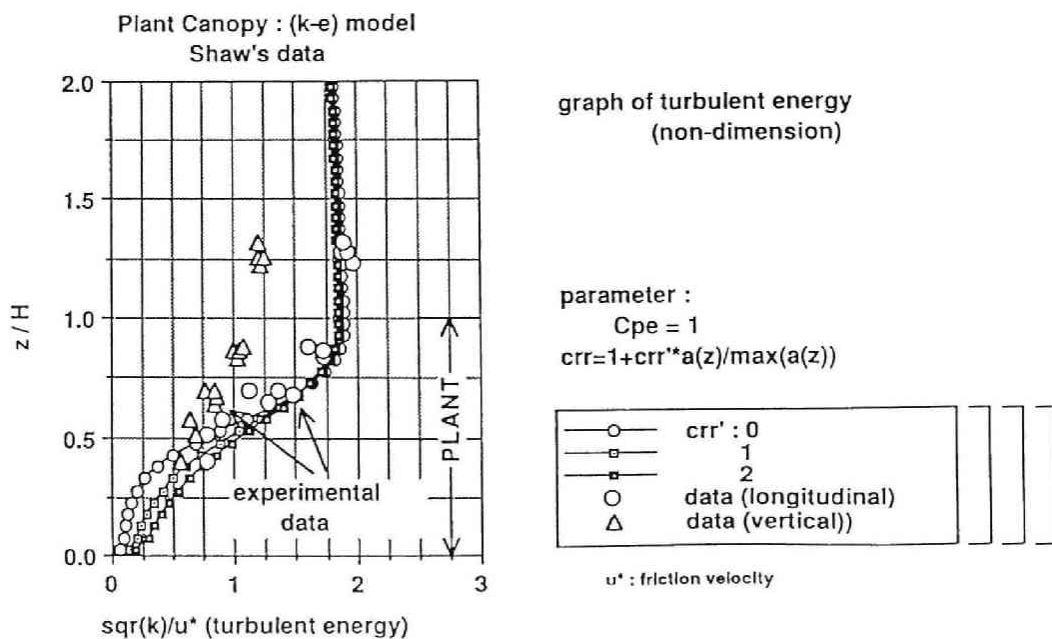


図 - 4 . 3 (k-ε) 植物キャノピー乱流モデルによる  
植物キャノピー流の計算 (乱れのエネルギー)

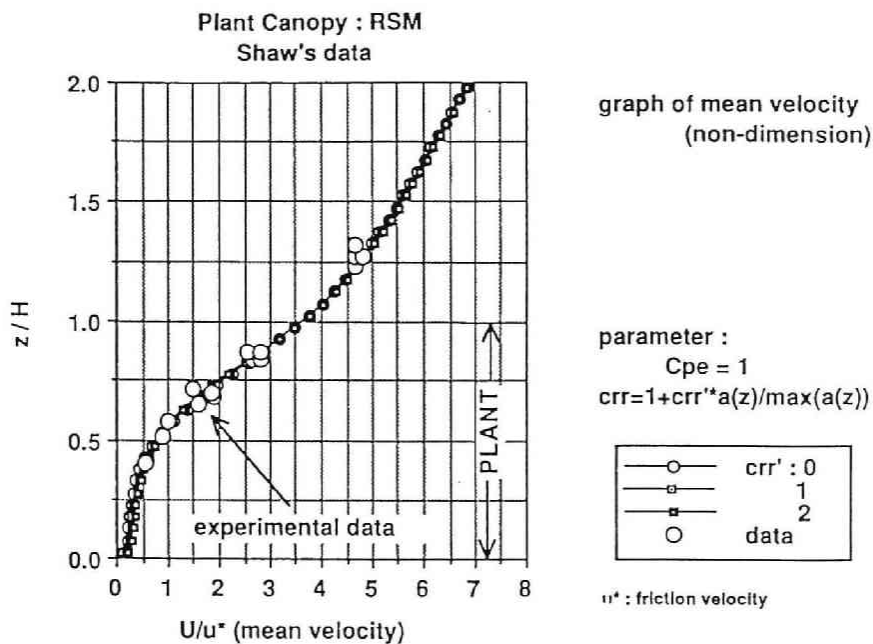


図 - 4 . 4 レイノルズ応力方程式モデル ( R S M ) による  
植物キャノピー流の計算 (平均風速)

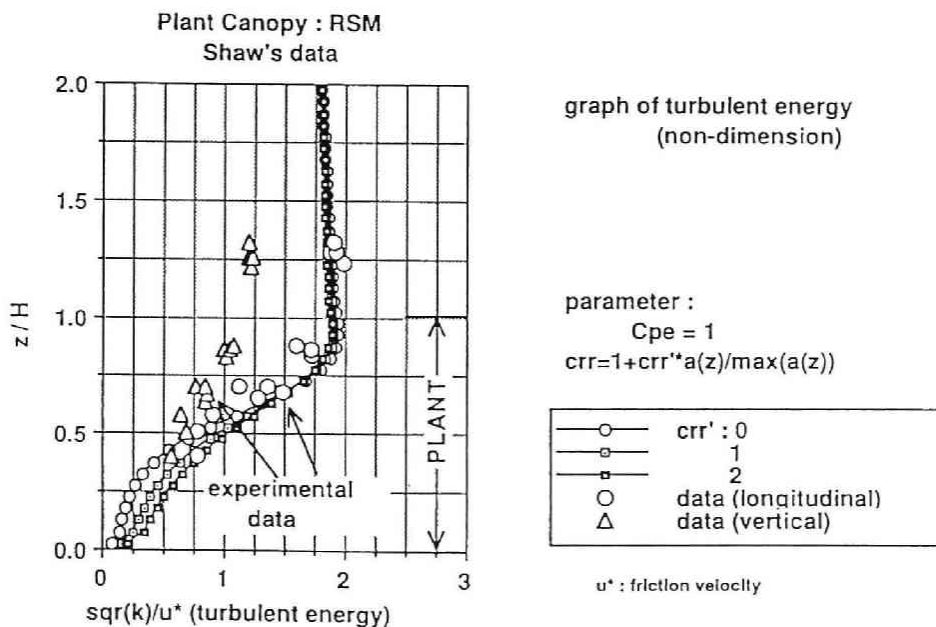


図 - 4 5 レイノルズ応力方程式モデル ( R S M ) による  
植物キャノピー流の計算 (乱れのエネルギー)

[ 表 - 4 . 1 ] (k-ε) model for Plant/Urban Canopy

(equation of continuity)

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_j} = 0$$

(equation of momentum)

$$\frac{\partial \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{P} \rangle}{\partial x_i} - \frac{1}{G} \frac{\partial G \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} - Fr_i$$

(equation of turbulent energy)

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle k}{\partial x_j} = P + F_k - \epsilon + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ v_t \frac{Cr}{\sigma_k} \frac{\partial Gk}{\partial x_j} \right]$$

(equation of energy dissipation)

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle \epsilon}{\partial x_j} = \left( \frac{\epsilon}{k} \right) [C_{1\epsilon} P + C_{2\epsilon} F_k - C_{2\epsilon} \epsilon] + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial G\epsilon}{\partial x_j} \right]$$

(Reynolds stress)

$$\overline{u_i u_j} = -\frac{v_t}{G} \left[ \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

(eddy viscosity)

$$v_t = C_D \frac{k^2}{\epsilon}$$

(force from solid body))

$$Fr_i = a C f_i \langle \bar{U}_j \rangle^2$$

if only drag force

$$Fr_i = a C f \langle \bar{U}_i \rangle \left[ \langle \bar{U}_j \rangle^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

,where

$$P = -\frac{\overline{u_i u_j}}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j}, \quad F_k = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L}, \quad F_k = \langle \bar{U}_j \rangle Fr_j$$

L is characteristic length scale of wake.

[ 表 - 4 2 ] RSM model for Plant/Urban Canopy

(equation of continuity)

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_j} = 0$$

(equation of momentum)

$$\frac{\partial \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_k} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{P} \rangle}{\partial x_i} - \frac{1}{G} \frac{\partial G \overline{u_i u_k}}{\partial x_k} - Fr_i$$

(equation of Reynolds stress)

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = P_{ij} + F_{ij} + \Pi_{ij} - \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij} + D_{ij}$$

(equation of energy dissipation)

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle \epsilon}{\partial x_k} = \left( \frac{\epsilon}{k} \right) [C_{1\epsilon} P + C_{2\epsilon} F_\epsilon - C_{2\epsilon} \epsilon] + D_\epsilon$$

, where

$$P_{ij} = -\frac{\overline{u_i u_k}}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_k} - \frac{\overline{u_j u_k}}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_k}, \quad P = \frac{1}{2} P_{jj}$$

$$\Pi_{ij} = \Phi_{ij}^1 + \Phi_{ij}^2 + \Phi_{ij}^{w1} + \Phi_{ij}^{w2}$$

$$\Phi_{ij}^1 = -C_{1\pi} \left( \frac{\epsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right], \quad \Phi_{ij}^2 = -C_{2\pi} \left[ P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right]$$

$$\Phi_{ij}^{w1} = C_{1\pi}' \left( \frac{\epsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_k u_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} n_k n_j - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j} n_k n_i \right] \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_w x_n \epsilon}$$

$$\Phi_{ij}^{w2} = C_{2\pi}' \left[ \Phi_{km}^2 n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ik}^2 n_k n_j - \frac{3}{2} \Phi_{jk}^2 n_k n_i \right] \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_w x_n \epsilon}$$

$$F_{ij} = \langle \bar{U}_j \rangle Fr_i + \langle \bar{U}_i \rangle Fr_j, \quad D_\epsilon = \frac{C_\epsilon}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \frac{k}{\epsilon} \right) \overline{u_k u_i} \frac{\partial G \epsilon}{\partial x_i} \right]$$

$$D_{ij} = \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ C_s C_{rr} \left( \frac{k}{\epsilon} \right) \overline{u_k u_i} \frac{\partial G \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \right], \quad F_\epsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L}$$



## 5. 根からの水分吸収のモデル化

### (5. 1) 土壌内の熱・水分同時移動式

土壌内の熱・水分同時移動の方程式は以下のように表される。(例えば、松本<sup>80)</sup>、

<sup>81)</sup> 参照)

$$\frac{\partial CT_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \lambda^* \frac{\partial T_s}{\partial x_j} \right] + \rho_w L \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ D_{\theta, v} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right] \quad (5-1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ D_T \frac{\partial T_s}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ D_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right] + \rho_w g \delta_{j3} \frac{\partial K}{\partial x_j} - S \quad (5-2)$$

$$\lambda^* = \lambda + \rho_w L \cdot D_{T, v} \quad (5-3)$$

[記号]

$T_s$ : soil temperature,	$\lambda$ : heat diffusivity of soil
$\theta$ : volumetric water content of soil,	$K$ : hydraulic conductivity of soil
$\rho_w$ : density of liquid water,	$D_{\theta}$ : isothermal moisture diffusivity
$C$ : volumetric heat capacity of soil,	$D_T$ : thermal moisture diffusivity
$L$ : latent heat of water,	$D_{\theta, v}$ : vapor moisture diffusivity
$S$ : water extraction function,	$D_{T, v}$ : thermal vapor diffusivity
$g$ : gravity acceleration	

上式では、一般の土壌内の支配方程式に根からの吸水関数  $S(x)$  が加えられている。吸水関数の有無が、土壌内の水分含水率に大きく影響することは、Hillel らの数値実験<sup>67)</sup> で明らかになっている。この吸水関数をどのようにモデル化するかが、この節での課題である。以下では、吸水関数のモデル化に関するレビューを行なう。

### (5. 2) Molz と Herkelrath のモデル化

ここでは、Molz と Herkelrath のモデル<sup>69)</sup>、<sup>65)</sup> について説明する。モデル化を行なう前提として以下の仮定が用いられている。

(a) 葉の気孔内では水分は、葉温で飽和している。

(b) 植物内での水分ポテンシャルは一定と近似できる。

葉での水分ポテンシャルは、だいたい-1MPa程度（しおれ点での水分ポテンシャルは-1.5MPa程度）である。葉温を25℃とすると、これは相対湿度で表すと99.3%（しおれ点では98.9%）になる。根からの水分供給が十分な場合では、（a）の仮定は妥当であると考えられる。この仮定を用いて葉面での水分蒸発（蒸散）を求めても誤差は少ない。

Herkerlathの実験<sup>64)</sup>では（b）の仮定の妥当性を示している。植物内では水分ポテンシャルにそれほど分布ができないことは他の多くの文献で述べられている。例えば、文献<sup>67), 76)</sup>参照。しかし、（b）の仮定が、吸水関数の分布形にどの程度影響するか、またそれが土壌の温度分布、含水率分布にどの程度の誤差を生じさせるかを調べておく必要がある。

以下に、Molzのモデルについて説明する。

#### (2-1) single-root radial model

吸水関数をモデル化する前段階として、根の一部のみを取り上げ、一本のシリンダーと見なせる場合を考える。根の中心を原点として根の中心からの距離  $r$  を用いて、根（皮層部分）と土壌内の水分移動の式を円筒座標で表すと、次のようになる。

(土壌部)

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial \phi_s} \right) \frac{\partial \phi_s}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r K \frac{\partial \phi_s}{\partial r} \right) \quad (5-4)$$

(根部)

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad (5-5)$$

[記号]

$\theta$  : volumetric water content of soil,

$D$  : tissue diffusivity

$\phi_s$  : water potential of soil,

$\phi$  : water potential of root

$K$  : hydraulic conductivity of soil

但し、水分移動の式は水分ポテンシャルで表した。また、土壌内では液水移動のみを考慮し、気相移動は無視している。

根内部（皮層部分）での式は、植物生理の知識を基に誘導される。原形質連絡(plasmodesmata)での水分移動を省略すると、細胞間での水分移動の拡散係数は次式で表される。<sup>72)</sup>

$$D = \frac{\Delta x [K_w a + L_p \Delta x \cdot A / 2]}{V_w S_c + V_0 / (\epsilon + \pi_0)} \quad (5-6)$$

$$K_t = \frac{K_w a + L_p \Delta x \cdot A / 2}{a + A} \quad (5-7)$$

[記号]

$K_t$  : bulk tissue hydraulic conductivity

$K_w$  : hydraulic conductivity of cell wall material

$L_p$  : permeability of 'membrane' separating cells

$a$  : cross-sectional area of cell wall pathway

$A$  : cross-sectional area of vacuolar pathway

$\Delta x$  : length of cell,

$V_0$  : cell volume at zero turgor pressure

$V_w$  : cell wall volume,

$S_c$  : storage coefficient of cell wall material

$\epsilon$  : elastic modulus of cell wall

$D$  : tissue diffusivity

$\pi_0$  : osmotic pressure of cell content at zero turgor pressure

Molzは(5-4), (5-5) 両式を、根の木部(xylem)でのwater fluxに対し、時間に関して一定の境界条件を用いて非定常計算を行なった。パラメータに種々の値を代入して数値実験を行なった結果、次のような点が明らかになった。<sup>71)</sup>

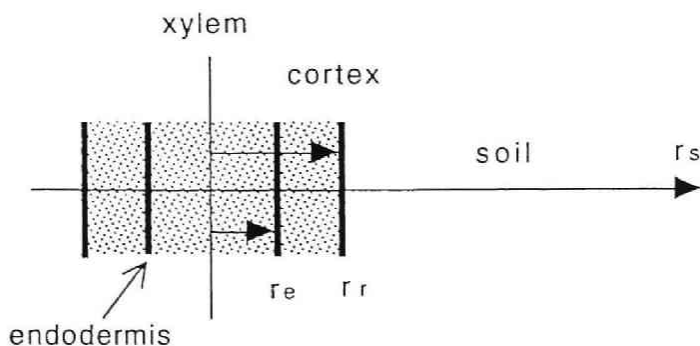
(a) 土壌の抵抗は根の抵抗に比べて小さい。無視しえる。

(b) 根と土壌内の水分分布のパターンは定常解のパターンとほとんど同じ。

(a) に関しては、Newmanの理論的研究がある。<sup>73)</sup>

## (2-2) 吸水関数のモデル化

(5-4), (5-5) 式の定常解は、透水係数  $K$  を一定と見なせば、次のように表せる。  
(下図参照) 但し、 $\phi_x$  は根の木部(xylem)での水分ポテンシャル、 $q$  は根の単位長さ当たりの吸水量 [ $\text{m}^3/\text{ms}$ ] である。



$$q = \frac{2\pi K}{\ln(r_s/r_r)} (\phi_s - \phi_r) = \frac{2\pi K_t}{\ln(r_s/r_e)} (\phi_r - \phi_e) = \frac{\phi_s - \phi_x}{R} \quad (5-8)$$

[記号]

$T$  : transpiration rate,

$L_{root}$  : root length per unit volume

$\phi_x$  : water potential of xylem,

$\phi_r$  : water potential at root surface

$\phi_e$  : water potential at endodermis,

$\theta_s$  : porosity

ここで、 $R = R_s + R_c + R_e$ 。  $R_e$  : resistance of endodermis [ $\text{sPa}/\text{m}^2$ ].

$$R_s = \ln(r_s/r_r)/(2\pi K), \quad R_c = \ln(r_r/r_e)/(2\pi K_t).$$

この結果を基に Molz は根からの吸水関数を次のようにモデル化した。

$$S = L_{root} \left( \frac{\theta}{\theta_s} \right) q = L_{root} \left( \frac{\theta}{\theta_s} \right) \frac{\phi_s - \phi_x}{R} \quad (5-9)$$

$L_{root}$  は単位体積当たりの根の長さ [ $\text{m}^{-2}$ ]、 $\theta_s$  は孔隙率。

$\theta / \theta_s$  は根と土壌内の水分 (液体) が接触している割合を示す。これは

Herkelrathによって提案された補正項である。透水抵抗  $R$  を実験から求めることにすれば、上記のモデルはHerkelrathの提案したものと同じになる。Molzはミクロな single-root radial モデルでの数値実験より、吸水関数のモデル式が上記のように表されることを示した。

水平面内で一様で、高さ方向にのみ変化する、1次元の場合を考えると、葉からの蒸散量 ( $T[m^3/m^2s]$ ) は次式で表される。(蒸散量は既知の量である。この量は葉面からの水分蒸発として求められる。)

$$T = \int S(z) dz \quad (5-10)$$

根の皮層部分の透水抵抗は一定であり、土壌の抵抗は皮層部分の抵抗に比べ無視しえるため、根-土壌間の透水抵抗  $R$  を一定と近似してもよい。根の木部の水分ポテンシャルは高さ方向に一定と仮定すると、木部の水分ポテンシャルは蒸散量 ( $T$ ) を用いて次のように表される。

$$\phi_x = \frac{R \cdot T - \int L_{root} \left( \frac{\theta}{\theta_s} \right) \phi_s dz}{\int L_{root} \left( \frac{\theta}{\theta_s} \right) dz} \quad (5-11)$$

以上が、MolzとHerkelrathによって提案された吸水関数のモデルである。次に、他の吸水関数のモデルについて説明する。

### (5. 3) その他の吸水関数のモデル<sup>70)</sup>

主な吸水関数のモデルを〔表-5.1〕に示す。Nimah and Hanks<sup>74)</sup>、Feddes<sup>60)</sup> としてHillel<sup>66)</sup> のモデルは実験的なものである。他は半実験的なものである。Nimahらのモデルでは重力ポテンシャルの効果を実験的に組み込んでいるが実際にはこの項は必要ない。他のモデルとしては、文献<sup>61, 62, 63, 77, 79)</sup> などがある。

他にJung and Taylor<sup>68)</sup> の研究がある。この研究では、Herkelrath<sup>65)</sup> のモデルを土

の各層で分割し、回路網理論の手法を用いて各層での吸水量を解析している。Jung and Taylor の方法では、根の水分ポテンシャルの高さ方向の分布の予測が可能であるが、根の水分ポテンシャル一定の仮定との差異については示されていない。

#### (5. 4) モデル化の問題点

現在までの研究から、吸水関数のモデル化に関してつぎのことが明らかになっている。

(a) 土壌からの水分供給が十分な場合には、葉の気孔内の相対湿度を100%と見なしてよい。

(b) 根から葉までの重力ポテンシャルの影響は無視しえる。樹木の場合も同じである。

今後の課題として次の点が挙げられる。

(c) 根の水分ポテンシャル一定の仮定が、吸水関数の分布形にどの程度影響するか、またそれが土壌の温度分布、含水率分布にどの程度の誤差を生じさせるかを調べておく必要がある。

根の水分ポテンシャル一定の仮定が妥当なら、3次元への拡張は比較的容易である。

#### 記 号

$T_s$ : 土壌温度

$\theta$ : 体積含水率

$\rho_w$ : 水の密度

$C$ : 土壌の熱容量

$L$ : 水の気化熱

$S$ : 吸水関数

$g$ : 重力加速度

$\phi$ : 根の水分ポテンシャル

$\phi_r$ : 根表面の水分ポテンシャル

$\lambda$ : 土壌の熱伝導率

$K$ : 土壌の水分伝導率

$D_\theta$ : isothermal moisture diffusivity

$D_T$ : thermal moisture diffusivity

$D_{\theta, v}$ : vapor moisture diffusivity

$D_{T, v}$ : thermal vapor diffusivity

$\phi_s$ : 土壌の水分ポテンシャル

$\phi_x$ : 木部の水分ポテンシャル

$\theta_s$ : 孔隙率

[表 - 5. 1] 吸水関数のモデル

List of Extraction Function

Nimah and Hanks [1973] :

$$S = \frac{[H_{root} + (PRES \cdot z) - H(z, t) - s(z, t)] RDF(z) K(\theta)}{\Delta x \cdot \Delta z}$$

$H_{root}$  internal root pressure head at the soil surface where  $z$  is considered zero;  
 $z$  depth;  
 $PRES$  head loss coefficient for longitudinal water flow in the root xylem;  
 $H(z, t)$  soil pressure head;  
 $s(z, t)$  soil osmotic head;  
 $RDF(z)$  proportion of total active roots in depth increment  $\Delta z$ ;  
 $K(\theta)$  soil hydraulic conductivity;  
 $\Delta x$  distance between roots and depth  $z$ .

Feddes et al. [1974] :

$$S = -K(\theta) [h_r(z) - h(z)] / h(z)$$

$K(\theta)$  soil hydraulic conductivity;  
 $h_r(z)$  pressure head at the soil-root interface;  
 $h(z)$  pressure head in the soil;  
 $b(z)$  empirical function representing the geometry of the flow.

Hillel et al. [1976] :

$$S = \frac{(\phi_{soil} - \phi_{plant})}{R_{soil} + R_{roots}}$$

$\phi_{soil}$  total hydraulic head of the soil as a function of depth;  
 $\phi_{plant}$  hydraulic head in the plant at the base of the stem;  
 $R_{soil}$  resistance to water flow in the soil, equal to  $1/BKL$ ;  
 $B$  empirical constant;  
 $K$  soil hydraulic conductivity;  
 $L$  length of active roots per unit soil volume;  
 $R_{roots}$  hydraulic resistance of the roots taken to be the sum of a resistance to absorption and a resistance to conduction which depends on depth.

Herkelrath et al. [1977] :

$$S = \frac{\theta}{\theta_{sat}} \rho l(\psi_s - \psi_r)$$

$\theta$  volume soil water content;  
 $\theta_{sat}$  saturation water content;  
 $r$  root permeability per unit length of root;  
 $l$  length of roots per unit volume of soil;  
 $\psi_s$  soil water potential;  
 $\psi_r$  water potential inside root.

Rowse et al. [1978] :

$$S = \frac{\Delta Z l(h_s - h_p)}{R_s + R_p}$$

$\Delta Z$  thickness of soil layer;  
 $L$  length of roots per unit soil volume;  
 $h_s$  bulk soil water potential;  
 $h_p$  plant water potential assumed constant throughout the root xylem;  
 $R_s$  soil resistance to root water uptake per unit length of root;  
 $R_p$  plant resistance to water uptake per unit length of root.

Molz [1981] :

$$S = \left( \frac{\theta}{\theta_s} \right) \cdot P_r \cdot L \cdot [\psi - \phi_x]$$

$$\phi_x = \frac{(-\theta_s T / P_r) + \int_0^r \theta \cdot L \cdot \psi \, dz}{\int_0^r \theta L \, dz}$$

$\psi(z)$  soil pressure potential;  
 $T$  transpiration rate per unit soil surface area;  
 $\theta(z)$  volume soil water content;  
 $\theta_s$  saturation water content;  
 $L(z)$  length of roots per unit soil volume;  
 $P_r$  root permeability;  
 $v$  depth of root zone;  
 $\phi_x$  water potential of root xylem.

$\phi_e$ : 内皮の水分ポテンシャル	$L_{root}$ : 単位体積当たりの根の長さ
$D$ : 根の tissue diffusivity	$K_t$ : bulk tissue hydraulic conductivity
$K_w$ : 細胞壁の水分伝導率	$\pi_0$ : 膨圧ゼロでの細胞の浸透圧
$a$ : cell wall pathway の断面積	$A$ : vacuolar pathway の断面積
$\Delta x$ : 細胞の長さ	$V_0$ : 膨圧ゼロでの細胞容積
$V_w$ : 細胞壁の容積	$Sc$ : storage coefficient of cell wall material
$\epsilon$ : 細胞壁の弾性率	$T$ : 葉からの蒸散率
$L_p$ : permeability of 'membrane' separating cells	

## 6. まとめ

2節に於て、植物群落内の熱・水分収支のモデリングを行なう際に、どの分野をモデル化すべきかを基礎方程式を基に説明し、植物群落内の乱流モデル、放射輸送モデル、そして根からの水分吸収モデルが必要であることを示した。

3節から5節では、現在ある植物群落内の熱・水分収支のモデリングについて述べた。3節から5節をまとめると、次のような項目が挙げられる。

- (1) 現在のSPAC (植物群落内での熱水分収支モデル) では、2次元、3次元へ拡張することは不可能である。植栽の放射、乱流そして根による水分吸収、の各分野で研究されているモデルを統合する必要がある。
- (2) 植物群落内の放射モデルに関しては、現時点では、Ross, J. の理論が最も優れている。但し、Ross のモデルでは mutual shading が処理できていない。
- (3) 植物群落内の乱流モデルに関しては、実験による検証を進めていく必要がある。また、温度や湿度のモデル化へ拡張する必要がある。
- (4) 植物内の水分ポテンシャルの分布を考慮せず、一定と近似することの、吸水関数への影響を調べておく必要がある。

以上、現在までの植物群落内の熱・水分収支モデルのレビューとその問題点について説明した。また、熱・水分収支モデルの作成するには、そのサブモデルとして、気流のモデル、放射のモデル、そして根からの水分吸収モデルが必要となることを



示した。植栽による人体の熱的快適性への効果を調べるためには、これら3つのサブモデルの中で、気流のモデルと放射のモデルが重要となる。根からの水分吸収モデルは土壌内の水分状態を調べる場合には必要となるが、人体の熱的快適性への寄与は他の2つのモデルに比較して小さい。本研究では、上記2つのサブモデル（植物群落内の気流のモデルと放射のモデル）について考察する。2章から4章では、植物群落内の放射のモデルについて、Rossの放射輸送方程式を中心に考察する。5章から8章では、植物群落内の気流のモデルについて考察する。

## 参考文献

### 〔2. 節〕 植物群落内の基礎式

- [1] Chen, J., 1984. Uncoupled multi-layer model for the transfer of sensible and latent heat flux densities from vegetation. *Boundary-Layer Meteorol.*, 28:213-225
- [2] Cowan, I.R., 1968. Mass, heat and temperature exchange between stands of plants and their atmospheric environment. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 94:523-544
- [3] Goudrian, J., 1977. *Crop Micrometeorology : a Similar Study*. Centre for Agricultural Publishing and Documentation, Wageningen
- [4] Halldin, S. & Lindroth, A., 1986. Pine forest microclimate simulation using different diffusivities. *Boundary-Layer Meteorol.*, 35:103-123
- [5] Lhomme, J.-P., 1988. A generalized combination equation derived from a multi-layer micrometeorological model. *Boundary-Layer Meteorol.*, 45:103-115
- [6] Naot, O. & Mahrer, Y., 1989. Modeling microclimate environments: a verification study. *Boundary-Layer Meteorol.*, 46:333-354
- [7] Philip, I.R., 1966. Plant water relations : some physical aspects. *Ann. Rev. Plant Physiol.*, 17:245-268
- [8] Shawcroft, R.W., Lemon, E.R., Allen, L.H.Jr., Stewart, D.W. & Jensen. S.E., 1974.

The soil-plant-atmosphere model and some its predictions. Agric. Meteorol., 14:287-307

- [9] Shuttleworth, W.J., 1976. A one-dimensional theoretical description of the vegetation-atmosphere interaction. Boundary-Layer Meteorol., 10:273-302
- [10] Shuttleworth, W.J., 1978. A simplified one-dimensional theoretical description of the vegetation-atmosphere interaction. Boundary-Layer Meteorol., 14:3-27
- [11] Shuttleworth, W.J., 1979. Below-canopy fluxes in a simplified one-dimensional theoretical description of the vegetation-atmosphere interaction. Boundary-Layer Meteorol., 17:315-331
- [12] Shuttleworth, W.J. & Wallace, J.S., 1985. Evaporation from sparse crops - an energy combination theory. Quart. J. R. Met. Soc., 111:839-855
- [13] Stewart, D.W. & Lemon, E.R., 1969. The Energy Budget at the Earth's Surface : a Simulation of Net Photosynthesis of Field. U.S. Army ECON Tech. Rep., 2-68-1-6. U.S.A.
- [14] Waggoner, P.E., 1975. Micrometeorological models, in Vegetation and the Atmosphere. vol.I, edited by Monteith, J.L., 205-228
- [15] 井上君夫, 1985. 耕地環境におけるエネルギーと物質の交換に関する農業気象学的研究、学位論文
- [16] 堀江 武, 1981. 気象と作物の光合成、蒸散そして成長に関するシステム生態学的研究、農業技術研究所報告 A 第28号

### [ 3 . 節 ] 植物群落内放射モデル

- [17] Allen, W.A. & Richardson, A.J., 1968. Interaction of light with a plant canopy. J. Opt. Soc. Am., 58: 1023-1029
- [18] Allen, W.A., Gayle, T.V. & Richardson, A.J., 1970. Plant canopy irradiance specified by the Duntley equations. J. Opt. Soc. Am., 60:372-376
- [19] Cooper, K., Smith, J.A. & Pitts, D., 1982. Reflectance of a vegetative canopy using the adding method. Appl. Opt., 21:4112-4118.

- [20] Gerstl, S.A.W. & Zardecki, A.,1985a. Discrete-ordinates finite- element method for atmospheric radiation transfer and remote sensing. *Appl. Opt.*,24:81-93
- [21] Gerstl, S.A.W. & Zardecki, A.,1985b. Coupled atmospheric/canopy model for remote sensing of plant reflectance features. *Appl. Opt.*, 24:94-103
- [22] Gutschick, V.P. & Weigel, F.W.,1984. Radiation transfer in vegetative canopies and other layered media: rapidly solvable exact integral equation not requiring Fourier resolution. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 31:71-82
- [23] Horie, T. & Udagawa, T., 1971. Canopy photosynthesis of sunflower plant-its measurements and modelling. *Bull. Nat. Inst. Agric. Sci. Japan, Ser.A*, No.18:1-56
- [24] Kimes, D.S., 1984. Modelling the directional reflectance from complete homogeneous vegetative canopies with various leaf orientation distributions. *J. Opt. Soc. Am. A*,1:725-733
- [25] Kimes, D.S. & Kirchner, J.A., 1982. Radiative transfer for heterogeneous 3-D scenes. *Appl. Opt.*,21:4119-4129
- [26] Monsi, M. & Sacki, T., 1953. Über den Lichtfaktor in den Pflanzengesellschaften und seine Bedeutung für die Stoffproduktion. *Jap. J. Bot.*,15:22-52
- [27] Myneni, R.B., Asrar, G. & Kanemasu, E.T.,1987. Light scattering in plant canopies: the method of successive orders of scattering approximations(SOSA). *Agric. For. Meteorol.* ,39:1-12
- [28] Myneni, R.B., Asrar, G., Burnett, R.B. & Kanemasu, E.T.,1987. Radiative transfer in an anisotropically scattering vegetative medium. *Agric. For. Meteorol.*,41:97-121
- [29] Myneni, R.B., Gutschick, V.P., Asrar, G. & Kanemasu, E.T.,1988. Photon transport in vegetation canopies with anisotropic scattering. Part I. Scattering phase functions in one angle. *Agric. For. Meteorol.*,42:1-16
- [30] Myneni, R.B., Gutschick, V.P., Asrar, G. & Kanemasu, E.T.,1988. Photon transport in vegetation canopies with anisotropic scattering. Part II. Discrete-ordinates/exact-kernel technique for one-angle photon transport in slab geometry. *Agric. For. Meteorol.*,42:17-40
- [31] Myneni, R.B., Gutschick, V.P., Asrar, G. & Kanemasu, E.T.,1988. Photon transport

- in vegetation canopies with anisotropic scattering. Part III. Scattering phase functions in two angles. *Agric. For. Meteorol.*,42:87-99
- [32] Myneni, R.B., Gutschick, V.P., Asrar, G. & Kanemasu, E.T.,1988. Photon transport in vegetation canopies with anisotropic scattering. Part IV. Discrete-ordinates/exact-kernel technique for two-angle photon transport in slab geometry. *Agric. For. Meteorol.*,42:101-120
- [33] Ross, J.,1981. *The Radiation Regime and Architecture of Plant Stands*. W. Junk, The Netherlands.
- [34] Ross, J. & Nilson, T.,1975. Radiation exchange in plant canopy. in *Heat and Mass Transfer in the Biosphere, I. Transfer Processes in Plant Environment*. ed. by de Vries, D.A. & Afgan, N.H., 327-336
- [35] Ross, J. & Marshak, A., 1985. A Monte Carlo procedure for calculating the scattering of solar radiation by plant canopies. *Sov. J. Remote Sens.*,4(5):783-801
- [36] Shultis, J.K. & Myneni, R.B., 1988. Radiative transfer in vegetation canopies with anisotropic scattering. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 39:115-129
- [37] Simmer, C. & Gerstl, S.A.W., 1985. Remote sensing of the angular characteristics of canopy reflectance. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sens.*, 23:648-675
- [38] Suits, G.H.,1972. The calculation of the directional reflectance of a vegetative canopy. *Remote Sens. Environ.*,2:117-125
- [39] Verhoef, W., 1984. Light scattering by leaf layers with application to canopy reflectance modelling: The SAIL model. *Remote Sens. Environ.*, 16:125-141
- [40] Verhoef, W.,1985. Earth observation modelling based on layer scattering matrices. *Remote Sens. Environ.*,17:165-174
- [41] 平岡、中村, 1989. 数値シミュレーションによる植物群落内の放射特性の解析、日本建築学会近畿支部研究報告集、第29号 117-120
- [42] 平岡、中村, 1987. 植物群落内での放射交換(J. Ross のモデルの説明)、日本建築学会大会学術講演梗概集、D環境工学 907-908

[ 4 . 節] 植物群落内乱流モデル

- [43] Cowan, I.R., 1968. Mass, heat and temperature exchange between stands of plants and their atmospheric environment. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 94:523-544
- [44] Gibson, M.M. & Launder, B.E., 1978. Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 86:491-511
- [45] Hanjalic, K. & Launder, B.E., 1972. A reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows. *J. Fluid Mech.*, 52:609-638
- [46] Inoue, E., 1963. On the turbulent structure of air-flow within crop canopy. *J. Meteorol. Soc. Japan*, 41:317-325
- [47] Kondo, J. & Akashi, S., 1976. Numerical studies on the two-dimensional flow in horizontally homogeneous canopy layers. *Boundary-Layer Meteorol.*, 10:255-272
- [48] Launder, B.E., Reece, G.J. & Rodi, W., 1975. Progress in the development of a reynolds-stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.*, 68:537-566
- [49] Meyer, T. & Paw U, K.T., 1986. Testing of a higher-order closure model for modeling airflow within and above plant canopies. *Boundary-Layer Meteorol.*, 37:297-311
- [50] Raupach, M.R. & Shaw, R.H., 1982. An averaging procedure for flow within vegetation canopies. *Boundary-Layer Meteorol.*, 22:79-90
- [51] Shaw, R.H. & Seginer, I., 1987. Calculation of velocity skewness in real and artificial plant canopies. *Boundary-Layer Meteorol.*, 39:315-332
- [52] Wilson, J.D., 1988. A second-order closure model for flow through vegetation. *Boundary-Layer Meteorol.*, 42:371- 392
- [53] Wilson, N.R. & Shaw, R.H., 1977. A higher order closure model for canopy flow. *J. Appl. Meteorol.*, 16:1197-1205
- [54] Yamada, T., 1982. A numerical model study of turbulent airflow in and above a forest canopy. *J. Meteorol. Soc. Japan*, 60:439-454
- [55] 井上 君夫, 1985. 耕地環境におけるエネルギーと物質の交換に関する農業気象学的研究, 学位論文
- [56] 鶴野伊津志ほか 3 名, 1988. 乱流モデルによる夜間都市境界層の形成機構の検討、第24回衛生工学研究討論会

- [57] 村上、加藤ほか2名, 1988. 層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染物拡散性状に関する研究(その6)、生産研究、Vol.40:67-70
- [58] 村上、加藤ほか2名, 1988. 層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染物拡散性状に関する研究(その7)、空気調和・衛生工学会学術講演会講演論文集、717-720
- [59] 平岡、丸山, 1989. 植物群落内および都市キャノピー内での乱流モデルの考察、第4回生研NSTシンポジウム講演論文集

#### [5. 節] 根からの水分吸収モデル

- [60] Feddes, R.A., Bresler, E., & Neuman, S.P., 1974. Field test of a modified numerical model for water uptake by root systems. *Water Resour. Res.*, 10:1199-1206
- [61] Feddes, R.A., Kowalik, P.J., Malinka, K.K. & Zaradny, H., 1976. Simulation of field water uptake by plants using a soil water dependent root extraction function. *J. Hydrol.*, 31:13-26
- [62] Feddes, R.A., Kowalik, P.J. & Zaradny, H., 1978. Simulation of Field Water Use and Crop Yield. Centre for Agricultural Publishing and Documentation, Wageningen, the Netherlands
- [63] Gardner, W.R., 1964. Relation of root distribution to water uptake and availability. *Agron. J.*, 56:41-45
- [64] Herklrath, W.N., Miller, E.E. & Gardner, W.R., 1977a. Water uptake by plants. 1. Divided root experiments. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 41:1033-1038
- [65] Herklrath, W.N., Miller, E.E. & Gardner, W.R., 1977b. Water uptake by plants. 2. The root contact model. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 41:1039-1043
- [66] Hillel, D., Talpaz, H. & Van Keulen, H., 1976. A macroscopic-scale model of water uptake by a nonuniform root system and of water and salt movement in the soil profile. *Soil Sci.*, 121:242-255
- [67] Hillel, D., 1980. *Applications of Soil Physics*, Academic Press
- [68] Jung, Y-S. & Taylor, H.M., 1984. Differences in water uptake rates of soybean roots

- associated with time and depth. *Soil Sci.*, 137:341-350
- [69] Molz, F.J., 1981a. Simulation of plant water uptake, in *Modeling Waste water Renovation by Land Application*, edited by Iskandar, I.K., John Wiley, New York
- [70] Molz, F.J., 1981b. Models of water transport in the soil-plant system : A review. *Water Resour. Res.*, 17:1245-1260
- [71] Molz, F.J., 1976. Water transport in the soil-root system : transient analysis. *Water Resour. Res.*, 12:805-808
- [72] Molz, F.J. & Ikenberry, E., 1974. Water transport through plant cells and cell walls : theoretical development. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 38:699-704
- [73] Newman, E.I., 1974. Root-soil water relations, in *The Plant Root and its Environment*, edited by Carson, E.W., The University Press of Virginia, Charlottesville, 363-440
- [74] Nimah, M.N. & Hanks, R.J., 1973a. Model for estimating soil water, plant and atmospheric interrelations. 1. Description and sensitivity. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 37:522-527
- [75] Nimah, M.N. & Hanks, R.J., 1973b. Model for estimating soil water, plant and atmospheric interrelations. 2. Field test for model. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 37:528-531
- [76] Nobel, P.S., 1983. *Biophysical Plant Physiology and Ecology*, Freeman
- [77] Raats, P.A.C., 1976. Analytical solutions of a simplified flow equation. *Trans. ASAE*, 19:683-689
- [78] Rowse, H.R., Stone, D.A. & Gerwitz, A., 1978. Simulation of the water distribution in soil. 2. The model for cropped soil and its comparison with experiment. *Plant and Soil*, 49:534-550
- [79] Whisler, F.D., Klute, A. & Millington, R.J., 1968. Analysis of steady state evapotranspiration from a soil column. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 32:167-174
- [80] 松本 衛、1978. 建築壁体における熱・水分の同時移動および水分蓄積に関する研究、学位論文
- [81] 松本 衛、1984. 新建築学大系10: 環境物理、第3章、湿気

## 第2章 Rossの植物群落内放射輸送方程式

### 1. はじめに

この章では、Rossの植物群落内の放射輸送方程式の説明を行なう。Rossの理論は単一葉の散乱特性と基本体積要素内に含まれる葉群の統計量から理論を構築している。葉群の統計量は、葉面積密度と葉面の向きの確率によって表現している。このことは、Rossの理論は放射のmutual shading（基本体積要素内で、放射輝度が葉によって2回以上遮られる現象）の処理を不可能にしている。この点については、Rossの放射輸送方程式の導出過程で明らかになる。

Rossの植物群落内の放射輸送方程式の問題点として次の2点が挙げられる。理論面では、mutual shadingの問題、実際の解析過程では、単一葉の散乱特性をどの程度の精度で測定しておくべきかという問題である。この2点が実際にどの程度問題になるかを調べるには、Rossの放射輸送方程式の計算結果と測定データとの比較が必要になる。次の2つの章ではこれらの問題点の検証を行なう。3章では、植物層の透過率の測定データとの比較から主にmutual shadingについての検討を行なう。4章では、植物層のReflectance Factorの測定との比較から主に単一葉の散乱特性の近似化の問題について検討する。

### 2. 単一葉の散乱、吸収特性の定義

この節では、Rossの植物群落内放射輸送方程式を導出するための準備として、以下の放射特性量の定義を行なう。（[Appendix] 参照）

(1) bidirectional Scattering Function ;  $\sigma''(\theta_2, \phi_2; \theta_1, \phi_1)$

単一葉の散乱関数を次式で定義する。（下図参照）

$$\sigma''(\theta_2, \phi_2; \theta_1, \phi_1) = \frac{i_2''(\theta_2, \phi_2; \theta_1, \phi_1)}{i_1'(\theta_1, \phi_1) |\cos(\theta_1)| d\omega_1} \quad (2-1)$$

(2-1) 式の定義は、固体放射における bidirectional reflectivity の定義<sup>16)</sup>を拡張した。



(2) Directional-spherical Scattering Coefficient ;  $\sigma'(\theta_1, \phi_1)$

単一葉の散乱係数を次式で定義する。

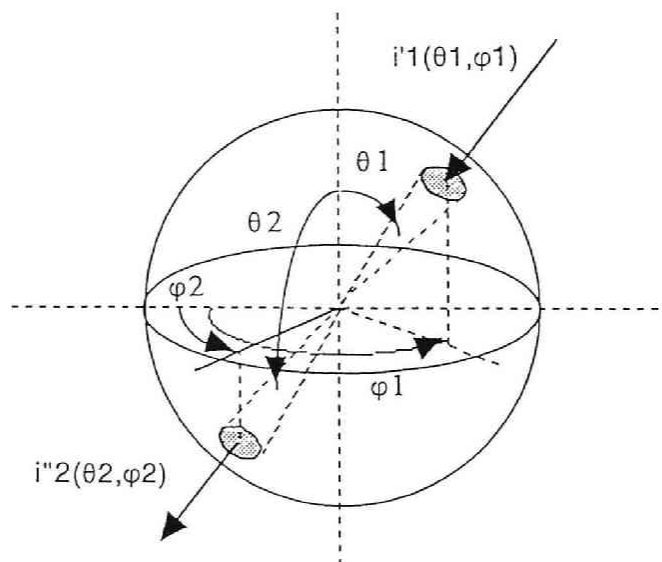
$$\sigma'(\theta_1, \phi_1) = \int_{\omega_2 = 4\pi} \sigma''(\theta_2, \phi_2; \theta_1, \phi_1) |\cos(\theta_2)| d\omega_2 \quad (2-2)$$

(3) Directional-(spherical) Absorptivity ;  $a'(\theta_1, \phi_1)$

単一葉の吸収係数を次式で定義する。

$$a'(\theta_1, \phi_1) = 1 - \sigma'(\theta_1, \phi_1) \quad (2-3)$$

以下の節では、上記3つの単一葉の放射特性を使用してRossの理論の導出を行なう。



### 3. Rossの植物群落内放射輸送方程式の導出

この節では、Rossの植物群落内放射輸送方程式を導出する。Rossのテキストでは、気体放射からの導出を行なっているが、ここでは、前節で定義した固体放射からの導出を試みる。Rossによる導出法に関しては、Rossのテキスト<sup>14)</sup> 参照。

Rossの放射輸送方程式を導出するには、基本体積要素 ( $ds dA$ ) 内での、 $r$  方向の放射輝度の収支を考える。基本体積要素内の葉群の総面積 (片側葉面) を  $dA_L$  とする。このとき、葉面積密度  $a$  は、 $dA_L/(ds dA)$  で表わされる。また、基本体積要素内の葉群において、葉面の向き  $r_L$  の確率 (葉の配置関数) を  $g(r_L)$  で表わす。 $g(r_L)$  の条件として、以下の式を満たすようにする。<sup>14)</sup>

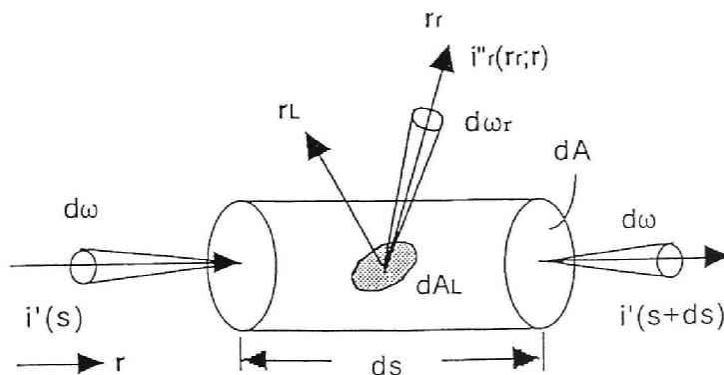
$$\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(r_L) d\omega_L = 1$$

Rossの放射輸送方程式を導出するには、次のような仮定をおく。

- (1) 葉面の向き  $r_L$  に対する葉面積の確率分布を考慮しない。
- (2) 基本体積要素内の放射輝度も葉面の向き  $r_L$  に対する確率分布を考慮しない。

仮定 (1) により、基本体積要素内の葉群を 1 枚の葉 (面積  $dA_L$ ) で代表することができる。(下図参照)

上記 2 つの仮定をおくことにより、Rossの放射輸送方程式が導出できる。しかし、これらの仮定を用いることによって、Rossの理論では、mutual shading (基本体積要素内で、放射輝度が葉によって 2 回以上遮られる現象) を処理できなくなっている。この点に関しては、4 節で考察する。以下では、Rossの放射輸送方程式を導出する。



(1) 葉からの散乱による放射フラックスの減衰量

葉の向きが  $r_L$  のとき、 $r$  方向から基本体積要素 ( $dSdA$ ) に入射する放射フラックスの減衰量  $\Delta F_{Loss}^s(r; r_L)$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\Delta F_{Loss}^s(r; r_L) &= \left[ \int_{\omega_2=4\pi} i_2''(r_2; r) |\cos(r_2 \cdot r_L)| d\omega_L \right] dA_L \\ &= i'(r) dA_L d\omega_L \left[ \int_{\omega_2=4\pi} \sigma''(r_2, r; r_L) |\cos(r \cdot r_L) \cos(r_2 \cdot r_L)| d\omega_2 \right]\end{aligned}$$

ここで、放射輝度  $i'(r)$  は葉の向き  $r_L$  に独立と仮定する。

葉の向きの分布関数 (葉の配置関数) を  $g(r_L)$  とすると、 $\Delta F_{Loss}^s(r; r_L)$  の平均値  $\Delta F_{Loss}^s(r)$  は、次のようになる。

$$\begin{aligned}\Delta F_{Loss}^s(r) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(r_L) \Delta F_{Loss}^s(r; r_L) d\omega_L \\ &= i'(r) dA_L d\omega_L \int_{\omega_2=4\pi} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(r_2, r; r_L) |\cos(r \cdot r_L) \cos(r_2 \cdot r_L)| d\omega_L \right] d\omega_2 \\ &= i'(r) dA_L d\omega_L \int_{\omega_2=4\pi} \Gamma(r_2, r) d\omega_2\end{aligned}$$

従って、 $r$  方向から基本体積要素 ( $dSdA$ ) に入射する放射フラックスの、葉の散乱による減衰量  $\Delta F_{Loss}^s(r)$  は次式で与えられる。

$$\Delta F_{Loss}^s(r) = \sigma'_{sc}(r) i'(r) dA_L d\omega \quad (3-1)$$

ただし、

$$\Gamma(r_2, r) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(r_2, r; r_L) g(r_L) |\cos(r \cdot r_L) \cos(r_2 \cdot r_L)| d\omega_L \quad (3-2)$$

$$\sigma'_{sc}(r) = \int_{\omega_2=4\pi} \Gamma(r_2, r) d\omega_2 \quad (3-3)$$

(2) 葉の吸収による放射フラックスの減衰量

葉の向きが  $r_L$  のとき、 $r$  方向から基本体積要素 ( $dSdA$ ) に入射する放射フラックスの、葉の吸収による減衰量  $\Delta F^a_{Loss}(r; r_L)$  は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\Delta F^a_{Loss}(r; r_L) &= a'(r; r_L) i'(r) |\cos(r \cdot r_L)| d\omega dA_L \\ &= [1 - \sigma'(r; r_L)] |\cos(r \cdot r_L)| i'(r) dA_L d\omega\end{aligned}$$

ただし、

$$\sigma'(r; r_L) = \int_{\omega_2=4\pi} \sigma''(r_2, r; r_L) |\cos(r_2 \cdot r_L)| d\omega_2$$

ここで、放射輝度  $i'(r)$  は葉の向き  $r_L$  に独立と仮定する。

葉の配置関数  $g(r_L)$  を用いると、 $\Delta F^a_{Loss}(r; r_L)$  の平均値  $\Delta F^a_{Loss}(r)$  は、次のようになる。

$$\begin{aligned}\Delta F^a_{Loss}(r) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(r_L) \Delta F^a_{Loss}(r; r_L) d\omega_L \\ &= i'(r) dA_L d\omega \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(r_L) |\cos(r \cdot r_L)| d\omega_L \right] \\ &\quad - i'(r) dA_L d\omega \left[ \int_{\omega_2=4\pi} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(r_2, r; r_L) g(r_L) |\cos(r \cdot r_L)| \cos(r_2 \cdot r_L) d\omega_L \right] d\omega_2 \right]\end{aligned}$$

上式に (3-2), (3-3) 式の関係を用いると、 $r$  方向から基本体積要素 ( $dSdA$ ) に入射する放射フラックスの、葉の吸収による減衰量  $\Delta F^a_{Loss}(r)$  は次式で与えられる。

$$\Delta F^a_{Loss}(r) = [G(r) - \sigma'_{sc}(r)] i'(r) dA_L d\omega \quad (3-4)$$

但し、

$$G(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(r_L) |\cos(r \cdot r_L)| d\omega_L \quad (3-5)$$

### (3) 葉からの散乱による放射フラックスの増加量

葉の向きが  $r_L$  のとき、葉面での散乱による、 $r$  方向への放射フラックスの増分量  $\Delta F_{Gain}^s(r; r_L)$  は次式で与えられる。

$$\Delta F_{Gain}^s(r; r_L) = \left[ \int_{\omega_1=4\pi} i''(r, r_1; r_L) |\cos(r \cdot r_L)| d\omega_1 \right] dA_L d\omega$$

$$, \text{ where } i''(r, r_1; r_L) = \sigma''(r, r_1; r_L) i'(r_1) |\cos(r_1 \cdot r_L)| d\omega_1$$

従って、

$$\Delta F_{Gain}^s(r; r_L) = \left[ \int_{\omega_1=4\pi} \sigma''(r, r_1; r_L) i'(r_1) |\cos(r \cdot r_L) \cos(r_1 \cdot r_L)| d\omega_1 \right] dA_L d\omega$$

ここで、放射輝度  $i'(r)$  は葉の向き  $r_L$  に独立と仮定する。

葉の配置関数  $g(r_L)$  を用いると、 $\Delta F_{Gain}^s(r; r_L)$  の平均値  $\Delta F_{Gain}^a(r)$  は、次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta F_{Gain}^s(r) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(r_L) \Delta F_{Gain}^s(r; r_L) d\omega_L \\ &= dA_L d\omega \left\{ \int_{\omega_1=4\pi} i'(r_1) d\omega_1 \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(r, r_1; r_L) g(r_L) |\cos(r \cdot r_L) \cos(r_1 \cdot r_L)| d\omega_L \right] \right\} \\ &= dA_L d\omega \left[ \int_{\omega_1=4\pi} \Gamma(r, r_1) i'(r_1) d\omega_1 \right] \end{aligned} \quad (3-6)$$

#### (4) 植物群落内の放射輸送方程式

基本体積要素 ( $dSdA$ ) 内での、 $r$  方向の放射輝度の収支式は以下のように表わされる。

$$i'(s+ds, r) = i'(s, r) - \Delta F_{Loss}^a(r) - \Delta F_{Loss}^s(r) + \Delta F_{Gain}^s(r)$$

$$[absorb] \quad [scattering]$$

上式を、(3-1), (3-4), (3-6) 式を用いて表わすと、

$$\frac{di'(s, r)}{ds} dA d\omega = -[G(r) - \sigma'_{sc}(r)] i'(r) dA_L d\omega$$

$$-\sigma'_{sc}(\mathbf{r})i'(\mathbf{r})dA_L d\omega + \left[ \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}')i'(\mathbf{r}')d\omega' \right] dA_L d\omega$$

上式を葉面積密度  $a(s) = dA_L / (dA \cdot ds)$  を用いて表わすと、次式で示すRossの植物群落内での放射輸送方程式が得られる。

$$\frac{di'(s, \mathbf{r})}{ds} = -a(s)G(\mathbf{r})i'(s, \mathbf{r}) + a(s) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}')i'(s, \mathbf{r}')d\omega' \quad (3-7)$$

但し、

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega'=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L) \cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \\ \sigma'_{sc}(\mathbf{r}) &= \int_{\omega_2=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) d\omega_2 \\ G(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{r}_L) |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \\ a(s) &= dA_L / (dA \cdot ds) \quad ; \quad \text{leaf area density} \end{aligned}$$

(3-7) 式をテンソル表示し、放射輝度において方向性を示す添え字 ( ' ) を省略すると、次式が得られる。

$$r_j \frac{\partial i(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x})G(\mathbf{x}, \mathbf{r})i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}')i(\mathbf{x}, \mathbf{r}')d\omega' \quad (3-8)$$

上式を直達成分 (  $i'_d$  ) と間接成分 (  $i'_r$  ) に分離して表わせば、

(直達成分の式)

$$r_j \frac{\partial i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x})G(\mathbf{x}, \mathbf{r})i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (3-9)$$

(間接成分の式)

$$r_j \frac{\partial i_r(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x})G(\mathbf{x}, \mathbf{r})i_r(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}')i_r(\mathbf{x}, \mathbf{r}')d\omega' + a(\mathbf{x})\varepsilon_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (3-10)$$

但し、

$$\varepsilon_d(x, r) = \int_{\omega' = 4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' \quad (3-11)$$

#### (5) 葉群の散乱関数の相反性について

以上で、Rossの放射輸送方程式の導出を行なったが、ここでは単一葉の散乱関数が相反性を持つ場合の、葉群の散乱関数の相反性について考察する。

単一葉の散乱関数が相反性 (3-12) 式)

$$\sigma''(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_L) = \sigma''(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \mathbf{r}_L) \quad (3-12)$$

を持つとする。このとき葉群の散乱関数についても相反性 (3-13) 式)

$$\Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) = \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (3-13)$$

が成立する。なぜなら、

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L = 2\pi} \sigma''(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |\cos(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_L) \cos(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L = 2\pi} \sigma''(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |\cos(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_L) \cos(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L = \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \end{aligned}$$

葉群の散乱係数についても相反性が成り立つ。即ち、

$$\sigma'_{sc}(r) = \int_{\omega_2 = 4\pi} \Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) d\omega_2 = \int_{\omega' = 4\pi} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\omega' \quad (3-14)$$

#### 4. Rossの放射輸送方程式の問題点

この節では、前節で導出したRossの放射輸送方程式の問題点について考察する。

Rossの放射輸送方程式を以下にまとめて記述する。

$$r_j \frac{\partial i(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x})G(\mathbf{x}, \mathbf{r})i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}')i(\mathbf{x}, \mathbf{r}')d\omega' \quad (4-1)$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (4-2)$$

$$\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L) \cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (4-3)$$

ここで、 $i$  は放射輝度、 $a$  は葉面積密度、 $G$  は  $G$  関数、 $\Gamma$  は葉群の散乱関数である。

$G$  関数は、 $\mathbf{r}$  方向の放射輝度が点  $\mathbf{x}$  を中心とする単位体積要素内で、葉に遮られる割合を示す。葉群の散乱関数は、 $\mathbf{r}'$  方向の放射輝度が、点  $\mathbf{x}$  を中心とする単位体積内の葉群によって  $\mathbf{r}$  方向に散乱される割合を示す。

次に  $G$  関数の意味について考察する。

葉の向き  $\mathbf{r}_L$  を固定する。（即ち、確率と考えない。）このとき、

$$G = |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)|$$

が成り立つ。なぜなら、 $\mathbf{r}$  方向の放射輝度（ $i$ ）が体積要素（ $dA ds$ ）を通過するとき、放射束の増加量  $\Delta F$  は、

$$\Delta F = [i(s+ds) - i(s)] dA d\omega = \frac{di(s)}{ds} dA ds d\omega$$

と表わされる。一方、葉によって遮られる量は、次式で表わされる。

$$dA_L |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| i(s) d\omega$$

従って、

$$\Delta F = -dA_L |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| i(s) d\omega$$



$$\frac{di(s)}{ds} = -a(s) |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| i(s)$$

但し、

$$a = \frac{dA_L}{dA ds}$$

以上のように、G関数は  $\mathbf{r}$  と  $\mathbf{r}_L$  とのなす角の cosine と見做せる。G関数と葉面積密度  $a$  との積  $aG$  は単位体積当たりの、葉面の、面  $dA$  への射影となる。このG関数に葉面の向き  $\mathbf{r}_L$  の確率を考えれば、実際のG関数となる。

このことは、 $\mathbf{r}$  方向の放射輝度は基本体積要素内で葉に2回以上遮られないこと (mutual shading の問題) になる。Rossの理論では、放射の消散係数  $aG$  が実際の消散係数よりも大きく見積る危険性がある。

次に、散乱関数の意味について考察する。

葉の向き  $\mathbf{r}_L$  を固定する。(即ち、確率と考えない。) このとき、葉の散乱による  $\mathbf{r}$  方向の放射束の増加量  $\Delta F_s$  は、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \Delta F_s &= \int_{\omega'=4\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) i(\mathbf{r}') |\cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| (dA_L |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega) d\omega' \\ &= dA_L d\omega \int_{\omega'=4\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) i(\mathbf{r}') |\cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| \cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L) d\omega' \end{aligned}$$

従って、放射輝度の増分は、

$$\frac{\Delta F_s}{dA ds} = \frac{di(s)}{ds} = a \int_{\omega'=4\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) i(\mathbf{r}') |\cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| \cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L) d\omega'$$

葉によって遮られる減衰量を加えれば、

$$\frac{di(s)}{ds} = -a |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| i(s) + a \int_{\omega'=4\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) i(\mathbf{r}') |\cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| \cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L) d\omega'$$

上式に葉の向きの確率 (葉の配置関数) を考慮すれば、Rossの放射輸送方程式となる。

葉群の散乱関数の意味は、 $\mathbf{r}'$  方向から基本体積要素に入射した放射が葉面に (1回のみ) 当たって  $\mathbf{r}$  方向に散乱する割合を示す。ここでも、基本体積要素内で

の葉群による相互の散乱（多重散乱）は考慮されていない。

以上の議論から、Rossの放射輸送理論は基本体積要素内での mutual shading と相互散乱（多重散乱）を処理していないことが明らかである。この原因は、3節で示した2つの仮定による。即ち、

- (1) 葉面の向き  $r_L$  に対する葉面積の確率分布を考慮しない。
- (2) 基本体積要素内の放射輝度も葉面の向き  $r_L$  に対する確率分布を考慮しない。

Rossの理論を改良するには、次のような方法が考えられる。

(a) 植物の種類による葉の群生を考慮し、実験（数値実験も含む）的に、G関数と散乱関数  $\Gamma$  を補正する。

(b) 上記の仮定を用いない。即ち、葉面積密度、放射輝度ともに確率変数として取り扱う。従って、放射輝度の統計量（平均値、分散値）を求めるように、Rossの理論を拡張する。

(b)の方法は原理的ではあるが、実際のモデル化は相当複雑になると考えられる。

実際の植物群落において、この mutual shading の問題がどの程度影響するかは、測定データとの対応が必要となる。3章では、この点について測定データとの比較から検討する。

Rossの放射輸送方程式を数値計算で解く場合、もう1つの問題点が生じる。それは、Rossの放射輸送方程式に組み込めるような単一葉の散乱関数  $\sigma''$  の測定データが無い点である。現段階では、単一葉の散乱関数  $\sigma''$  に何らかの近似を行なう必要がある。この近似がどの程度結果に影響するかは、測定データとの対応が必要となる。4章では、この点について測定データとの比較から検討する。

## 5. Rossの放射輸送方理論に関する現在までの研究について

Rossの放射輸送方程式が英文で初めて紹介されたのは、1975年の論文<sup>13)</sup>である。

この論文は、農業気象雑誌に記載されていなかったため、研究者に注目されなかったようである。Ross の放射輸送方程式が注目されたのは、1981 年に Ross のテキスト<sup>14)</sup> が英訳されてからである。以後、Myneni らのグループ<sup>6~12, 15)</sup> によって、Ross の放射輸送方程式の研究が始まった。Myneni らのグループの研究は、おもに放射輸送方程式の解法に重点がおかれている。実験データとの比較は Shultis and Myneni<sup>15)</sup> の論文のなかに一部分説明されている程度である。Shultis and Myneni<sup>15)</sup> の論文も解法の研究に重点がおかれている。Ross の放射輸送方程式の検証があまり行なわれていないのは、(1) Ross の放射輸送理論が1981年のテキストの英訳まであまり知られていなかったこと、(2) Ross 自身が放射輸送方程式の実験データによる検証を行っていないこと、(3) Ross の放射輸送方程式の研究は、Ross のグループを除いては、Myneni のグループのみであり、研究者の絶対数が少ないこと、(4) Myneni のグループの研究は解法の研究に偏っており、実験データによる検証には精力的ではないこと、などが挙げられる。

Ross 以外の植物群落内の放射輸送モデルでは、Monsi and Saeki<sup>5)</sup>、Verhoef<sup>17, 18)</sup>、Cooper *et al.*<sup>1)</sup>、Kimes *et al.*<sup>3, 4)</sup> そして Gutchick *et al.*<sup>2)</sup> の研究があるが、Ross の理論が最も優れたものと考えられる。上記のモデルの概略に関しては、2章で説明した。

## 6. まとめ

この章では、Ross の植物群落内放射輸送方程式について説明した。放射輸送方程式の導出過程に於て、Ross の理論では mutual shading の問題が処理できない点について指摘した。次の2つの仮定により理論を構築していることが、この原因となっていることを指摘した。

- (1) 葉面の向き  $r_L$  に対する葉面積の確率分布を考慮しない。
- (2) 基本体積要素内の放射輝度も葉面の向き  $r_L$  に対する確率分布を考慮しない。

以後の3章と4章では、Ross の植物群落内放射輸送方程式を数値的に解き、測定データとの比較により Ross の理論の有効性の検討を行なう。

## [Appendix] 記号及び用語の説明

用語については、「大気と放射過程」(会田著)<sup>19)</sup>に従った。ただし、記号については統一していない。

### (1) 記号

$i$	: 放射輝度 (radiance) $[W/m^2 sr]$
$F$	: 放射束密度 (radiant flux density) $[w/m^2]$
$M$	: 放射発度 (radiant exitance) $[w/m^2]$
$E$	: 放射照度 (irradiance) $[w/m^2]$
$\sigma''$	: 単一葉の散乱関数
$\sigma'$	: 単一葉の散乱係数
$a'$	: 単一葉の吸収係数
$R$	: 単一葉の反射率
$T$	: 単一葉の透過率
$x, (x,y,z)$	: 座標 ( $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$ )
$r$	: 単位方向ベクトル、 $ r  = 1$
$\theta$	: 極座標 (天頂角)
$\phi$	: 極座標 (方位角)
$\omega$	: 立体角

添え字 ( ' ) : 1 方向性を示す。 (directional)

添え字 ( '' ) : 2 方向性を示す。 (bi-directional)

$a(x)$  or  $a(z)$  : 葉面積密度  $[1/m]$

$LAI$  : 葉面積指数、次式で定義

$$LAI = \int_0^{\infty} a(z) dz$$

## (2) 放射束密度、放射発度、放射照度の説明

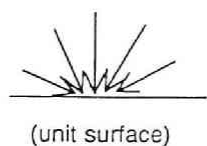
放射束密度 (F)、放射発度 (M)、放射照度 (E) は以下のように定義される。

放射照度 (E) = 単位面に入射する放射束

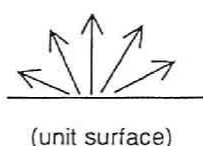
放射発度 (M) = 単位面から発する放射束

放射束密度 (F) = 単位面を通過する放射束

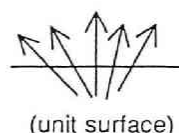
固体放射では放射照度と放射発度に分けて考えるが、気体放射では放射束密度がよく使用される。イメージで表わせば、以下のようなになる。



irradiance  
(E)



radiant exitance  
(M)



radiant flux density  
(F)

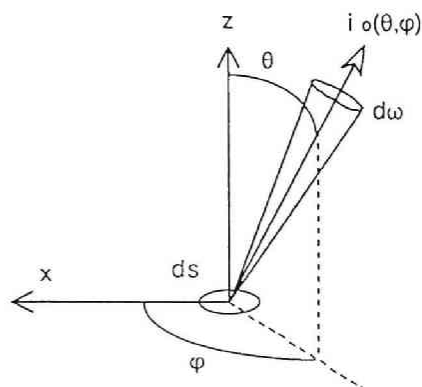
## (3) 放射輝度 $i(\theta, \phi)$ の定義

この量は放射理論の中で基本となる量である。放射輝度  $i(\theta, \phi)$  は次式で定義される。

$$i_o(\theta, \phi) = \frac{dF_o}{ds \cos(\theta) d\omega}$$

ここに、 $dF_o$  は微小面積要素  $ds$  から  $(\theta, \phi)$  方向に向かって、微小立体角  $d\omega$  に通過する放射束密度である。

放射輝度  $i(\theta, \phi)$  の定義を言



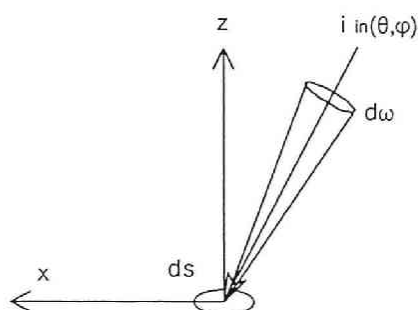
葉で表わせば、「面の単位投影面積、単位立体角あたり（ $\theta$ ， $\phi$ ）方向に通過する放射束密度」となる。

一方、次のような放射輝度の定義も可能である。

$$i_{in}(\theta, \phi) = \frac{dF_{in}}{ds \cos(\theta) d\omega}$$

ここに、 $dF_{in}$ は微小面積要素  $ds$  から（ $\theta$ ， $\phi$ ）方向に向かって、微小立体角  $d\omega$  に通過する放射束密度である。

上記2つの輝度は同じになるため（証明は、文献<sup>16)</sup>参照）、本研究では区別しない。



(イ) 放射発度（ $M$ ）と放射輝度の関係

$$M = \int_{\omega=2\pi} i_{in}(\theta, \phi) |\cos(\theta)| d\omega$$

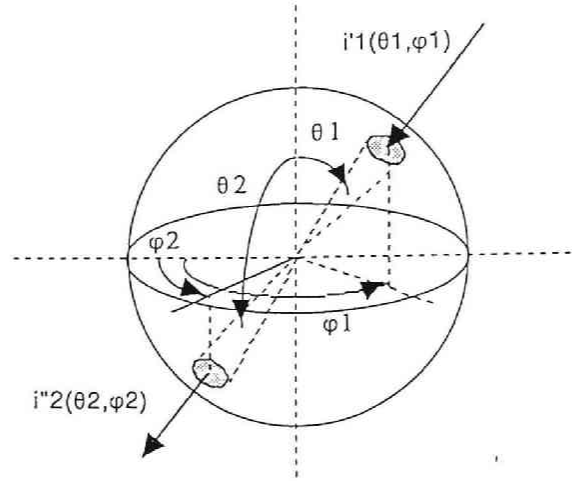
(ロ) 放射照度（ $E$ ）と放射輝度との関係

$$E = \int_{\omega=2\pi} i_{in}(\theta, \phi) |\cos(\theta)| d\omega$$

(4) 単一葉の散乱関数（ $\sigma''$ ）の定義

単一葉の散乱関数は次式で定義される。

$$\sigma''(\theta_2, \phi_2; \theta_1, \phi_1) = \frac{i_2''(\theta_2, \phi_2; \theta_1, \phi_1)}{i_1''(\theta_1, \phi_1) |\cos(\theta_1)| d\omega_1}$$



ここに、 $i''_2(\theta_2, \phi_2; \theta_1, \phi_1)$  は  $(\theta_1, \phi_1)$  方向から入射する放射輝度  $i'_1(\theta_1, \phi_1)$  のうち、面  $ds$  での散乱による  $(\theta_2, \phi_2)$  方向へ放射する放射輝度である。

添え字 ( ' ) は 1 方向性 (  $(\theta, \phi)$  ) を示す。添え字 ( '' ) は 2 方向性 (  $(\theta_1, \phi_1)$  と  $(\theta_2, \phi_2)$  ) を示す。

#### (イ) 完全拡散面

完全拡散面では、 $(\theta_1, \phi_1)$  方向から入射する放射輝度は、すべての反射（透過）方向にわたって一様に反射（透過）され（即ち、反射（透過）した放射輝度はすべての方向に対して同一）、かつ反射（透過）される放射輝度の値は、入射角に独立（無関係）である。

単一葉の散乱関数を  $\sigma''$  で、放射輝度を  $i$  で、放射照度を  $E$  で表わせば、

$$i = \sigma'' E$$

(証明)

$$E = \int_{\omega_1 = 2\pi} i'_1(\theta_1, \phi_1) \cos(\theta_1) d\omega_1$$

$$i(\theta_2, \phi_2) = \int_{\omega_1=2\pi} i_2''(\theta_2, \phi_2; \theta_1, \phi_1) d\omega_1 = \sigma'' \int_{\omega_1=2\pi} i_1'(\theta_1, \phi_1) \cos(\theta_1) d\omega_1 = \sigma'' E$$

上式より、 $i(\theta_2, \phi_2)$  は方向  $(\theta_2, \phi_2)$  に無関係となる。

(証明終わり)

(ロ) 完全拡散面での単一葉の反射率 (R)、透過率 (T) と  $\sigma''$  との関係  
反射率の定義は次式で表わされる。

$$R = \frac{\text{radiant exitance reflected from surface}}{\text{incident irradiance}} = \frac{M}{E}$$

完全拡散面の仮定より、

$$R = \frac{M}{E} = \frac{\pi i}{E} = \frac{\pi \sigma'' E}{E} = \pi \sigma''$$

従って、

$$R = \pi \sigma'' \quad (\text{反射側})$$

同様に、

$$T = \pi \sigma'' \quad (\text{透過側})$$

## (5) 葉面積密度 $a(x)$ の定義

葉面積密度は、「単位体積あたりに含まれる葉面積」と定義される。



## 参考文献

- [1] Cooper, K., Smith, J.A. & Pitts, D.,1982. Reflectance of a vegetative canopy using the adding method. *Appl. Opt.*,21:4112-4118.
- [2] Gutschick, V.P. & Weigel, F.W.,1984. Radiation transfer in vegetative canopies and other layered media: rapidly solvable exact integral equation not requiring Fourier resolution. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 31:71-82
- [3] Kimes, D.S., 1984. Modelling the directional reflectance from complete homogeneous vegetative canopies with various leaf orientation distributions. *J. Opt. Soc. Am. A*,1:725-733
- [4] Kimes, D.S. & Kirchner, J.A., 1982. Radiative transfer for heterogeneous 3-D scenes. *Appl. Opt.*,21:4119-4129
- [5] Monsi, M. & Saeki, T., 1953. Über den Lichtfaktor in den Pflanzengesellschaften und seine Bedeutung für die Stoffproduktion. *Jap. J. Bot.*,15:22-52
- [6] Myneni, R.B., Asrar, G. and Kanemasu, E.T.,1987, Light Scattering in Plant Canopies : The Methods of Successive Orders of Scattering Approximations (SOSA), *Agric. For. Meteorol.*,39:1-12
- [7] Myneni, R.B., Asrar, G. and Kanemasu, E.T.,1987, Reflectance of a Soybean Canopy Using The Methods of Successive Orders of Scattering Approximations (SOSA), *Agric. For. Meteorol.* ,40: 71-87
- [8] Myneni, R.B., Asrar, G., Burnett, R.B. & Kanemasu, E.T.,1987. Radiative transfer in an anisotropically scattering vegetative medium. *Agric. For. Meteorol.*,41:97-121
- [9] Myneni, R.B., Gutschick, V.P., Asrar, G. & Kanemasu, E.T.,1988. Photon transport in vegetation canopies with anisotropic scattering. Part I. Scattering phase functions in one angle. *Agric. For. Meteorol.*,42:1-16
- [10] Myneni, R.B., Gutschick, V.P., Asrar, G. & Kanemasu, E.T.,1988. Photon transport in vegetation canopies with anisotropic scattering. Part II. Discrete-ordinates/exact-kernel technique for one-angle photon transport in slab geometry. *Agric. For. Meteorol.*,42:17-40

- [11] Myneni, R.B., Gutschick, V.P., Asrar, G. & Kanemasu, E.T.,1988. Photon transport in vegetation canopies with anisotropic scattering. Part III. Scattering phase functions in two angles. *Agric. For. Meteorol.*,42:87-99
- [12] Myneni, R.B., Gutschick, V.P., Asrar, G. & Kanemasu, E.T.,1988. Photon transport in vegetation canopies with anisotropic scattering. Part IV. Discrete-ordinates/exact-kernel technique for two-angle photon transport in slab geometry. *Agric. For. Meteorol.*,42:101-120
- [13] Ross, J. & Nilson, T.,1975. Radiation exchange in plant canopy. in *Heat and Mass Transfer in the Biosphere, I. Transfer Processes in Plant Environment*.ed. by de Vries, D.A. & Afgan, N.H., 327-336
- [14] Ross, J., 1981, *The Radiation Regime and Architecture of Plant Stands*, Dr W. Junk.
- [15] Shultis, J.K., 1988, *Radiative Transfer in Canopies with anisotropic Scattering*, *Quant. Spectrosc. Radiant. Transfer*, 39 :115-129
- [16] Siegel, R. and Howell, J.R., 1972, *Thermal Radiation Heat Transfer*, McGrall-Hill.
- [17] Verhoef, W., 1984. Light scattering by leaf layers with application to canopy reflectance modelling: The SAIL model. *Remote Sens. Environ.*, 16:125-141
- [18] Verhoef, W.,1985. Earth observation modelling based on layer scattering matrices. *Remote Sens. Environ.*,17:165-174
- [19] 会田 勝：大気と放射過程、東京堂出版、昭和57

### 第3章 Rossの放射輸送方程式の検証 (Szeiczの測定との比較)

#### 1. はじめに

この章の目的は、Ross の放射輸送方程式とSzeicz の測定データの比較を行ない、Ross の方程式の有効性を調べることである。植物層の透過率の予測値と測定データとの比較を行なう。この量を検討することによって、実際の植物群落内での放射特性に mutual shading の問題をどの程度考慮すべきかが推定できる。

Ross の放射輸送方程式は、mutual shading (即ち、基本体積要素内で、放射輝度が葉によって二回以上遮られる現象) がモデル化できておらず、実験による検証が必要である。Ross の方程式を検証できるデータは少ないが、その中で Szeicz の実験データは、2、3の入力データに推定値を与えることにより、十分に検証できる。推定データの解への感度は低いいため、推定値の誤差はそれほど問題でない。

#### 2. Ross の植物群落内の放射輸送方程式の解法

##### (2.1) Ross, J. の放射輸送方程式

Ross, J. の方程式は次式で表わされる。<sup>4)</sup>

$$r_j \frac{\partial i(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x})G(\mathbf{x}, \mathbf{r})i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}')i(\mathbf{x}, \mathbf{r}')d\omega' \quad (2-1)$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (2-2)$$

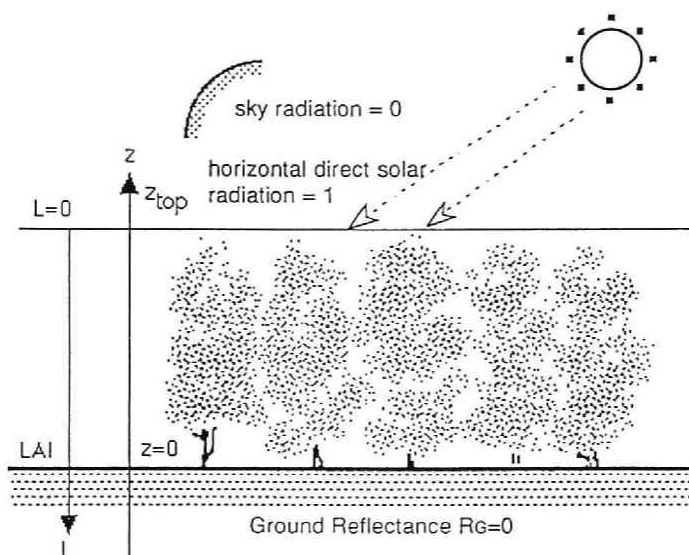
$$\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L) \cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (2-3)$$

ここで、 $G(\mathbf{x}, \mathbf{r})$  はG関数と呼ばれ、 $\mathbf{r}$  方向の放射輝度が点 $\mathbf{x}$ を中心とする単位体積要素内で (単位面積の) 葉に遮られる割合を示す。 $\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$  は葉群の散乱関数で、 $\mathbf{r}'$  方向の放射輝度が点 $\mathbf{x}$ を中心とする単位体積要素内の葉群によって $\mathbf{r}$ 方向に散乱される割合を示す。 $g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L)$ は葉の配置関数 (葉面の向きの確率密度) を示す。 $g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L)$ は次の条件を満たす。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) d\omega_L = 1$$

(2-1) から(2-3) 式の導出の詳細は前章で説明した。

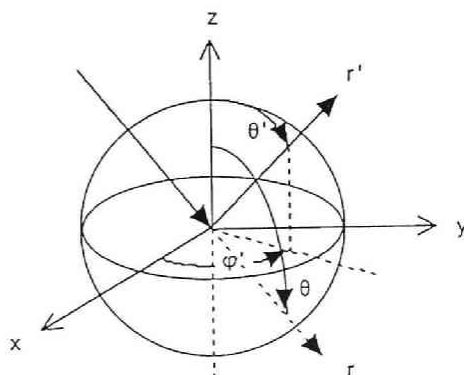
## (2.2) 植物キャノピーモデル



図－１ 植物キャノピーモデル

〔図－１〕に示すような、葉群の分布特性が水平面内で一様で、高さ方向にのみに変化する植物キャノピーモデルを考える。

〔図－２〕にこの章で使用する極座標表示を示す。



図－２

〔図-1〕に示した植物キャノピーモデルにおいて、葉の配置関数と単一葉の散乱特性に関して、次のような近似と仮定を施すことにする。

(仮定) 葉の配置関数は、位置 $x$ と葉面の方位角 $\phi_L$ に依存しない。

(近似) 単一葉の散乱特性は、Lambertの散乱特性（反射、透過）を有するものと近似する。即ち、葉面の反射率と透過率のみで表わすことにする。

上記の仮定を用いた主要な理由は、葉面の方位角に関する測定データが少ないためである。ただし、この仮定の有効性に関しては、宇田川の研究<sup>10)</sup>がある。トウモロコシ、ヒマワリ、コムギ、オオムギ、ダイズ、イネについては、この仮定は有効である。Rossのテキストにも grass と herb に対しては、葉の配置関数は位置 $x$ と葉面の方位角 $\phi_L$ に依存しないと仮定してもよいことが記述されている。

単一葉の散乱特性を Lambertian と近似した理由は、Rossの方程式に組み入れられるようなデータがないためである。単一葉の散乱分布関数の測定データは、Woolley<sup>9)</sup>とVanderbilt<sup>8)</sup>のデータがあるが、方程式に組み込めるようなものではない。Rossの方程式では、葉群の配置関数（葉の向きの確率）を使用するため、単一葉が鋭い散乱特性を有しても、葉群の散乱関数（ $\Gamma$ ）は鋭い散乱特性を有しない。葉群の散乱関数（ $\Gamma$ ）を求めるためには、精密な単一葉の散乱特性のデータをそれほど必要としない可能性がある。この近似は、Shultis, J.K. ら<sup>5)</sup>の研究で用いられ、実験データとの比較がなされている。しかし、種々の植物群落に対して、どの程度の妥当性があるかは、それほど正確に確かめられたわけではない。

単一葉の散乱特性をどの程度の精度で測定しておくべきか（どの程度の近似化で良いか）はRossの放射輸送方程式を解くうえでの第二の問題点である。この点に関しては、次章で検討する。この章での検討項目は植物層の透過率であるため、Lambertianの近似はそれほど問題はないと考えられる。

上記の仮定と近似を用い、座標 $z$ を(2-4)式に示す累積葉面積指数 $L$ に座標変換すると、(2-1)式～(2-3)式は次のように表わされる。

$$L = \int_z^{z_{top}} a(z) dz \quad (2-4)$$

$$-\mu \frac{di(L, \mathbf{r})}{dL} = -G(\mu)i(L, \mathbf{r}) + \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}')i(L, \mathbf{r}')d\omega' \quad (2-5)$$

$$G(\mu) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\vartheta_L) |\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (2-6)$$

$$\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \Gamma(\mu, \mu', \varphi - \varphi') = \left(\frac{T}{\pi}\right) \cdot \Gamma_T + \left(\frac{R}{\pi}\right) \cdot \Gamma_R \quad (2-7)$$

ただし、

$$\Gamma_T = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\vartheta_L) H[\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L) \cdot \cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)] d\omega_L \quad (2-8)$$

$$\Gamma_R = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\vartheta_L) H[-\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L) \cdot \cos(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)] d\omega_L \quad (2-9)$$

$$H[f] = f \quad \text{if } f \geq 0, \quad H[f] = 0 \quad \text{if } f < 0$$

$$\mu = \cos(\vartheta),$$

### (2.3) 摂動展開による解法

この論文では、(2-5) 式を摂動法により解くことにする。高い散乱特性を示す場合には、摂動法は収束が遅いことが指摘されている<sup>2, 3)</sup> が、(2-5) 式に関しては、散乱係数が 1 の場合にも、十分な速さで収束した。(摂動法、反復法、CR法(Conjugate Residual Method)のなかで摂動法は最も CPU time が短かった。)

#### (1) 摂動展開

(2-5) 式を次のように書き直す。

$$\begin{aligned} \frac{di(L, \mathbf{r})}{dL} &= -\hat{G} \cdot i(L, \mathbf{r}) + \lambda \cdot \int \hat{\Gamma} \cdot i(L, \mathbf{r}') d\omega' \quad , \quad (\lambda = 1) \\ \hat{G} &= -G(\mu)/\mu, \quad \hat{\Gamma} = -\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}')/\mu \end{aligned} \quad (2-10)$$

放射輝度を(2-11) 式のようにパラメータ  $\lambda$  のべき級数で展開する。

$$i(L) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n \cdot i^{(n)}(L), \quad (\lambda \rightarrow 1) \quad (2-11)$$

(2-11) 式を (2-10) 式に代入し、パラメータ  $\lambda$  のべきの項でまとめると、各係数  $i$

$i^{(n)}(L, r)$  に関する方程式が得られる。

$$\frac{di^{(0)}(L)}{dL} = -\hat{G} \cdot i^{(0)}(L) \quad (2-12)$$

.....

$$\frac{di^{(n)}(L)}{dL} = -\hat{G} \cdot i^{(n)}(L) + S^{(n-1)}(L) \quad (2-13)$$

$$, \text{ where } S^{(n)}(L, r) = \int_{\omega'=4\pi} \hat{\Gamma}(r, r') i^{(n)}(L, r') d\omega' \quad (2-14)$$

摂動法の物理的意味は、直達成分、1回散乱、.... と繰り返し解いていくことになり、 $i^{(0)}(L, r)$  は直達成分、 $i^{(n)}(L, r)$  は  $n$  回散乱成分を表わす。

(2-13) 式の解は次式となる。

$$i^{(n)}(L, r) = i_{L_0}^{(n)} \cdot \exp\{-\hat{G} \cdot (L - L_0)\} + \int_{L_0}^L \exp\{-\hat{G} \cdot (L - L')\} S^{(n-1)}(L', r) dL' \quad (2-15)$$

, where  $L_0 = 0$ , or  $L_0 = LAI$

但し、 $L_0 = 0$  or  $L_0 = LAI$  (葉面積指数)

$i_{L_0}^{(n)}$  は  $L_0$  での放射輝度

## (2) 境界条件

境界条件は、 $L=0$  で下向き放射輝度に対して天空から入射する放射輝度を与え、 $L=LAI$  で上向き放射輝度 ( $\theta < 90$  度) に対して地面の反射率 ( $R_G$ ) を用いて、次式で与える。ただし、 $\omega$  での積分範囲は下半球である。

$$i^{(n)}(LAI, r) = \frac{R_G}{\pi} \int_{\omega=2\pi(\cap)} i^{(n)}(LAI, r) |\cos(\vartheta)| d\omega \quad (2-16)$$

実際の計算では、離散化に関しては、高さ方向 ( $L$ ) に対して 20 分割、座標 ( $\theta$ ,  $\phi$ ) に対しては各々 5 度刻みとした。LAI=10 に固定して、地面反射率をゼロとしている。LAI が 6 以上では地面の反射率の影響は小さいためである。

### 3. 実験データとの比較

#### (3.1) Szeicz の測定<sup>7)</sup>

Szeicz の測定に関しては、文献<sup>7)</sup> に詳しく述べられている。Szeicz のデータは Ross の方程式と比較するために測定されたものではない。Ross の方程式の解析結果と比較するための必要十分なデータは測定されていない。本研究では、Szeicz の測定データの中から Ross の式の計算結果と比較しうるものを選び出した。

Szeicz の測定の概要は、次の通りである。

- ・ (1) 測定場所 : Rothamsted, Harpenden, England, (51.49N 0.22W)
- ・ (2) 植物の種類 : Spring Wheat (春まき小麦) と Field Bean (ソラマメ)
- ・ (3) 測定日時

Spring Wheat -> 1969年6月30日, 11:00-13:00

7月16日, 11:00-13:00

Field Bean -> 1966年6月18日, 11:00-13:00

6月30日, 11:00-13:00

- ・ (4) 測定データ : 下向き放射束密度 (透過率) の高さ方向の分布

#### (3.2) 測定データ<sup>7)</sup>

Ross の方程式との比較に用いた測定データは、植物層の各高さでの、無次元化された下向き放射束密度 (透過率) ( $\tau$ ) である。これは、植物層上端に入射する、水平面全天日射量 ( $E(0)$ ) で無次元化した量で、数式表現すれば、次式となる。

$$\begin{aligned}\tau_T(L) &= E_T(L)/E_T(0) \\ \tau_{IR}(L) &= E_{IR}(L)/E_{IR}(0)\end{aligned}\tag{3-1}$$

ここで、 $E(L)$  は高さ  $L$  での下向き放射束密度、添え字  $T$  は日射の全スペクトル成分、添え字  $IR$  は Infra-Red 成分、そして添え字  $PAR$  は Photosynthetically Active Radiation を示す。

無次元化された下向き放射束密度の  $PAR$  成分に関しては、Szeicz は次式で計算している。



$$\tau_{PAR}(L) = \frac{\tau_T(L) - (1 - c_s) \tau_{IR}(L)}{c_s} \quad (3-2)$$

Szeicz の測定では、直達日射と天空日射、晴天と曇天の区別なく、PAR conversion factor  $C_s$  を 0.59 としている。実際には、 $C_s$  は上記の条件により変化する。<sup>4)</sup>

Tooming and Niilisk のデータでは、太陽高度が 60 度のとき、 $C_s$  の値は 0.42 から 0.47 程度である。<sup>4)</sup>

Szeicz は葉の透過率の測定に対しては、 $C_s=0.47$ （正確には、 $C_s=0.486$ ）としている。  $C_s=0.59$  とした理由は、この程度の値にしておかないと、 $\tau_{PAR}$  の値が負になる場合があるためと推定される。このことは、 $\tau_T$   $\tau_{IR}$  の測定精度に問題があろう。

### (3.3) 計算に必要な入力データ

Ross の方程式を数値的に解く場合に用いた入力データを [表-1] に示す。表の中の項目のうち、(\*) 印がついたものは、Szeicz の測定データには記載されていない項目である。これらに関しては推定値を用いた。

Szeicz の測定には、天空日射量が示されていないが、天空状態については記述がある。晴天状態で、太陽高度が 60 度のとき、水平面直達日射量と全天日射量の比は、85% 以上<sup>11)</sup> と推定されるため、本研究では Szeicz のデータのなかで、晴天で太陽高度が 60 度のデータを用いた。この太陽高度は Szeicz のデータのうちに最も高い高度である。

地面の反射率のデータが Szeicz の測定には記述されていないため、実際の計算では  $L=10$  で地面の反射率をゼロとした。 $L=LAI$  で地面の反射率をゼロとしても、計算結果は  $L=LAI$  付近で値が少し小さくなる程度で全体の計算結果にはほとんど影響を及ぼさないため、上記のような方法を取った。今回の測定では、葉面積指数 ( $LAI$ ) の値が 4.5 から 7.4 と比較的大きく、直達日射が十分減衰してしまうためである。

単一葉の反射率についても測定されていないが、Gausman and Allenn<sup>1)</sup> の測定データから類推した。Gausman and Allenn<sup>1)</sup> の測定データでは、波長別の absorption coefficient と scattering coefficient（これらは、葉の内部の放射量を求めるためのデー

タであり、本研究に必要なデータではない) が記述されている。これらのデータから Gausman and Allenn の論文の (2) 式から (4) 式を用いて単一葉の波長別反射率を逆算した。次に、Szeicz の論文に記載されている太陽光のスペクトル分布の重み付け平均をして、I R 成分、P A R 成分の反射率を求めた。

Szeicz の論文では、太陽光のスペクトル成分において、750 nm 以上の成分を赤外 (I R) 成分としている。このことは Szeicz の測定した太陽光での PAR conversion factor は 0.486 となる。しかし、実際には晴天時においても PAR conversion factor は一定値をとるわけでもなく、太陽高度によって変化することが示されている。<sup>4)</sup> ここでは、Ross のテキスト<sup>4)</sup> に示されている値と Szeicz の測定から得られる値、両方について計算してみた。(結果はそれほど影響しなかった。どちらの値でも構わなかった。)

計算結果にもっとも影響を及ぼす入力データは葉群の配置関数である。このデータも測定されていないため、適当と思える配置関数 2 種 (uniform 型と erectophile 型) を選んだ。wheat に関しては、宇田川<sup>10)</sup> によって調べられている。wheat の配置関数は "weak vertical ないし strong vertical" となっている。Ross のテキスト<sup>4)</sup> (97 頁) でも、"やや erectophile" となっている field bean についてはデータがない。

[図-3] は入射輝度の天頂角 ( $\theta$ ) による G 関数のグラフである。横軸は入射輝度の天頂角 ( $\theta$ ) である。葉面の向きの確率は方位角に関して一様 (即ち、葉の配置関数は天頂角のみの関数) と仮定しているため、G 関数には、入射輝度の方位角 ( $\phi$ ) は変数として現われない。Szeicz の測定では葉の配置関数のデータがないため、この図の G 関数は 2 種類の葉の配置関数からの推定データである。

[図-4] と [図-5] は葉群の散乱関数のグラフ (spring wheat) である。入射面内での散乱特性を図示している。矢印は入射方向を示す。[図-4] は PAR 成分、[図-5] は IR 成分を示す。グラフは天頂-天底の軸と入射方向とを含む面での散乱特性である。葉の配置関数は測定されていないため、これらも推定量である。IR-成分と PAR-成分のスケールの比は 6 である。IR-成分では散乱が著しいことがわかる。Field bean の葉群の散乱関数のグラフは、spring wheat とほとんど同じであるため、図示するのを省略した。

[表-1] 計算のための入力データ

植物の種類	Spring Wheat と Field Beans (春まき小麦、ソラマメ)	
太陽高度	60° (注2)	
天空日射量 (*)	0 (注4)	
地面の反射率 (*)	0 (注1)	
葉面積指数(LAI)	(Spring Wheat)	
	LAI=5.4, [30.6.1969] (注1) LAI=4.5, [17.6.1969] (注1)	
	(Field Beans)	
	LAI=6.6, [30.6.1966] (注1) LAI=7.4, [ 4.7 1966] (注1)	
単一葉の透過率	0.09(PAR), 0.41(IR)	
単一葉の反射率 (*)	0.09(PAR), 0.50(IR) (注3) (spring wheat)	
	0.09(PAR), 0.53(IR) (注3) (field bean)	
葉の配置関数 (*)	(uniform, erectophile) 2種 (注5)	
PAR conversion	Cs=0.43 (注6)	
factor Cs (*)	Cs=0.486 (注6)	

(注1) 実際の計算では、L=10 で地面の反射率を0とした。

この近似は、計算結果にそれほど影響を及ぼさない。

(注2) 測定場所、測定日時から計算。

(注3) 文献<sup>1)</sup>より引用。

(注4) 晴天状態でかつ太陽高度が60度の時、水平面直達日射量と全天日射量の比は85%以上と推定されるため。<sup>3)</sup>

(注5) 文献<sup>2)</sup>より引用。

$$g(\vartheta_L) \sin \vartheta_L = \frac{3\vartheta_L^2}{(\pi/2)^2} \quad \text{for erectophile canopy}$$

$$g(\vartheta_L) \sin \vartheta_L = \sin \vartheta_L \quad \text{for uniform canopy}$$

(注6) Cs=0.486 はSzeicz, G. のPAR成分とIR成分の分離から。

Cs=0.43 は文献<sup>2)</sup>, Fig.42 の回帰曲線から引用。

(注7) (\*)印: Szeicz の測定に示されていない項目。(推定値)

1] Gausman, H.W. and Allen, W.A., 1973, Optical Parameters of Leaves of 30 Plant Species, Plant Physiol., 52:57-62

2] Ross, J., 1981, The Radiation Regime and Architecture of Plant Stands.

3] 空調設備の動的熱負荷計算入門

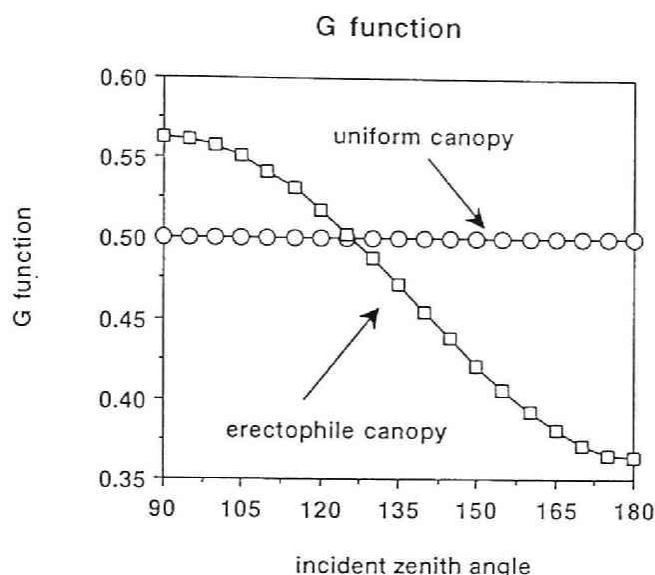


図 - 3 G 関数

#### (3.4) 測定データとの比較

以下では、Spring Wheat と Field Bean での計算結果と測定との比較を示す。

##### (1) Spring Wheat

〔図-6〕から〔図-8〕に spring wheat での植物キャノピー透過率の IR, PAR, T 成分の測定値と計算結果の比較を示す。比較のための測定量は、植物層上端での水平面全天日射量で無次元化された、下向き放射束密度（透過率）の高さ方向の分布である。〔図-6〕は IR 成分に関するものである。実線は計算結果を示す。（葉の配置関数は2種類） 測定データに散らばりがあるが、計算値はほぼ測定データの変動範囲のなかに入っており、測定データと比較的良好一致を示している。〔図-7〕は PAR 成分の計算結果と測定データとの比較のグラフである。Szeicz は PAR 成分を直接測定したわけではなく、(17)式を用いて算出している。Szeicz の用いた PAR conversion factor  $C_s$  の値に問題があるため、測定データの信頼性は小さいが、計算結果と測定データとはよい一致を示している。〔図-8〕は日射の全スペクトル成分に関する比較のグラフである。計算による予測値には、葉の配置関数、PAR conversion factor、2つの推定量があるが、測定データとの対応はよい。



## (2) Field Bean

〔図－9〕から〔図－11〕に field bean での植物キャノピー透過率の IR, PAR, T 成分の測定値と計算結果の比較を示す。比較のための測定量は、spring wheat の場合と同様に、無次元化された下向き放射束密度（透過率）である。〔図－9〕は IR 成分に関するものである。実線は計算結果を示す。（葉の配置関数は2種類。）測定データに散らばりがあるが、計算値はほぼ測定データの変動範囲のなかにある。

〔図－10〕は PAR 成分の計算結果と測定データの比較のグラフである。Spring wheat の場合と同様にこの量は直接測定したわけではなく、PAR conversion factor を用いて算出している。Szeicz の用いた PAR conversion factor の数値に問題があるため、測定データの信頼性は小さいが、計算結果は測定データと比較的良好一致を示している。〔図－11〕は日射の全スペクトル成分に関する比較のグラフである。計算による予測値には、葉の配置関数、PAR conversion factor、2つの推定量があるが、予測値は測定データの散らばりのなかに入っている。

以上、spring wheat と field bean について次のことが言える。

（1）PAR成分での計算結果と測定データとの比較から、葉の配置関数は spring wheat、field bean とともにuniformないしerectophile型に近いと判断できる。

（2）IR成分での計算結果と測定データとの比較から、Rossの方程式は高い散乱成分を有する場合も有効と判断される。

## 4. まとめ

この章では、mutual shading が実際にどの程度影響を及ぼすかについて実験データとの比較から検討した。Spring wheat と field bean について、Szeicz の測定データと、Ross の植物群落内の放射輸送方程式による予測値との比較を行なった。計算結果は、spring wheat , field bean とともに比較的良好一致をみた。PAR, IR 各成分に関しても、計算結果は測定データと比較的良好対応を示した。特に、IR 成分が予測可能であったことは、Ross の方程式は高い散乱特性を有する場合にも適用可能であることを示した。

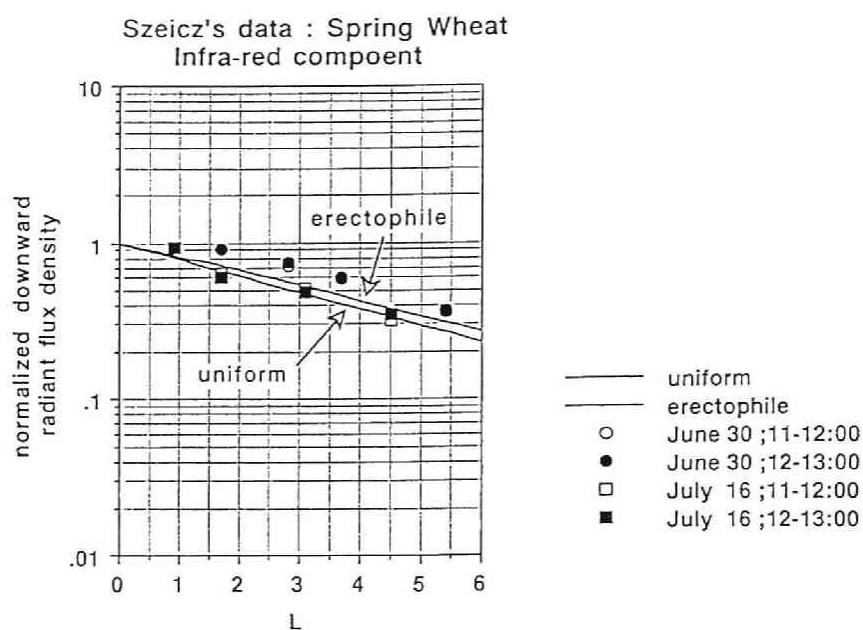


圖 - 6 透過率 ( Spring Wheat, IR 成分 )

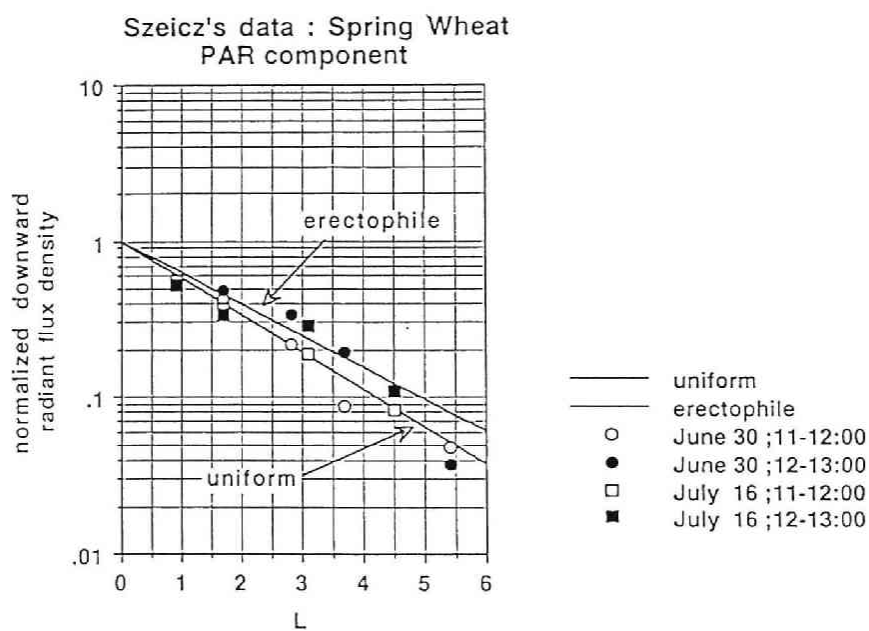


圖 - 7 透過率 ( Spring Wheat, PAR 成分 )

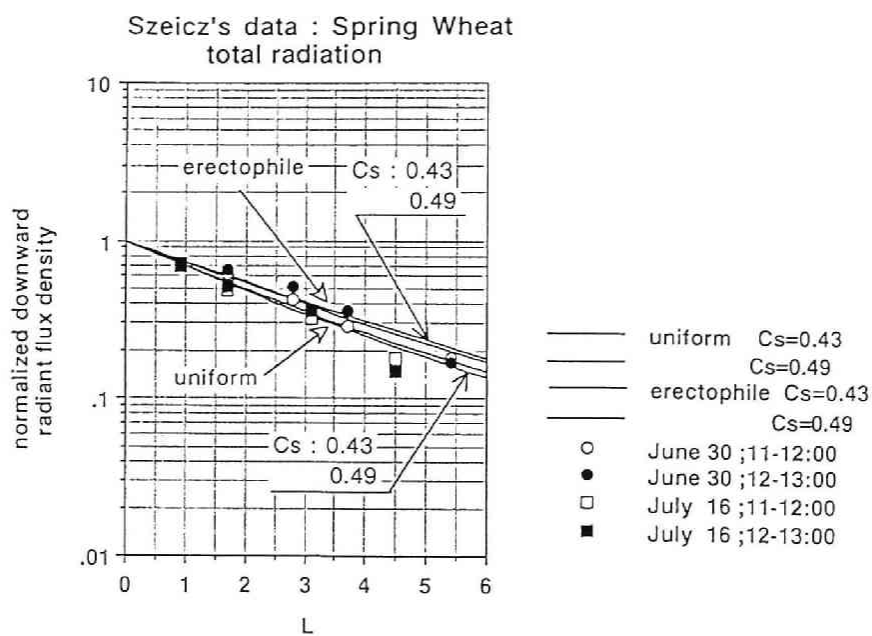


圖 - 8 透過率 ( Spring Wheat, 全短波長 )

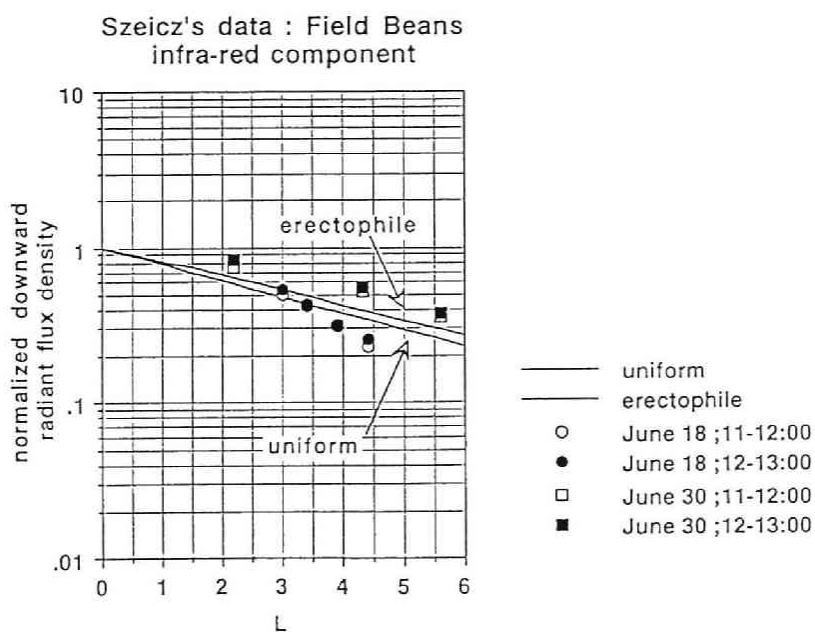


圖 - 9 透過率 ( Field Bean, IR 成分 )



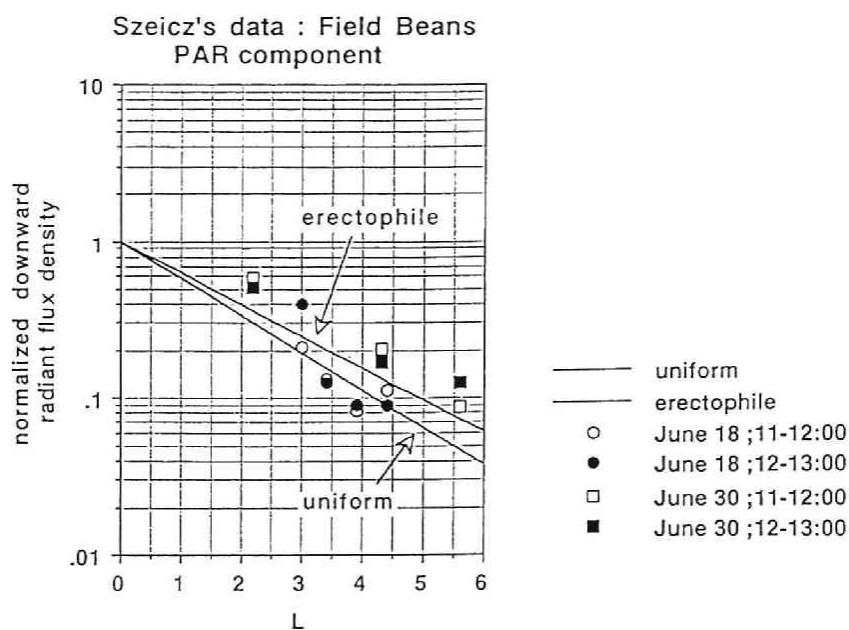


圖 - 1 0 透 過 率 ( Field Bean, PAR 成分 )

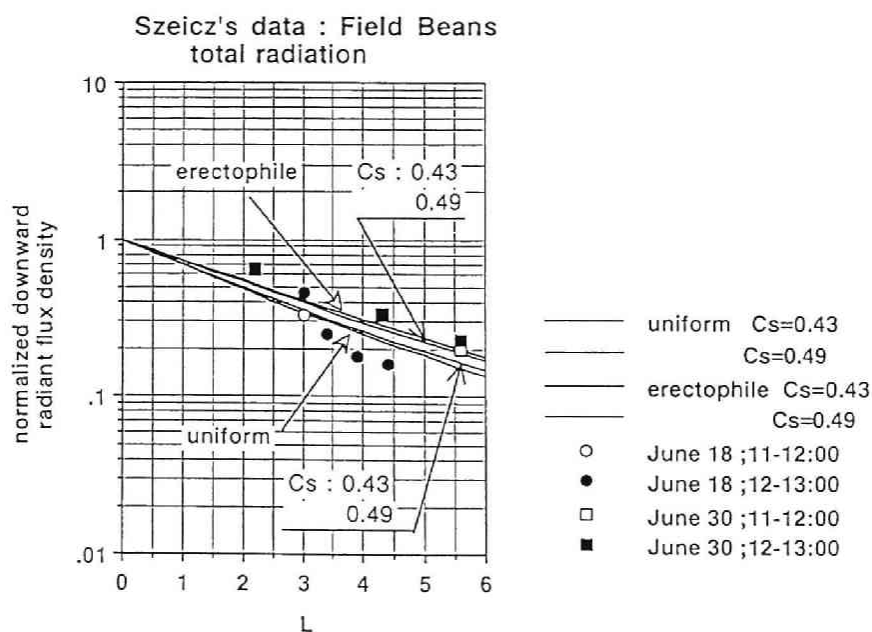


圖 - 1 1 透 過 率 ( Field Bean, 全 短 波 長 )

## 記 号

$i$ : 放射輝度	$R$ : 単一葉の反射率
$G$ : $G$ 関数	$T$ : 単一葉の透過率
$\Gamma$ : 葉群の散乱関数	$LAI$ : 葉面積指数
$E$ : 放射束密度	$L$ : 累積葉面積指数
$\sigma''$ : 単一葉の散乱分布関数、この量は固体表面のbidirectional reflectivity の定義を拡張した。(文献 <sup>*)</sup> 参照)	
$g$ : 葉の配置関数	$\tau$ : 植物キャノピーの透過率
$a$ : 葉面積密度	$R_G$ : 地面反射率
$\theta$ : 天頂角 (極座標)	$\omega$ : 立体角
$\phi$ : 方位角 (極座標)	$Cs$ : PAR conversion factor
$r$ : 単位方向ベクトル	$r_j$ : 方向ベクトル $r$ の $j$ 成分
$\cos(r \cdot r_L)$ : ベクトル $r$ と $r_L$ との余弦	
$x$ : 位置ベクトル (座標)	$x_j$ : 位置ベクトル $x$ の $j$ 成分
$z$ : 高さ方向の座標	
添え字 $L$ : 葉面を示す	$IR$ : Infra-Red Radiation
$PAR$ : Photosynthetically Active Radiation	
$T$ : 全スペクトル成分を示す	
$j$ : ( $j = 1, 2, 3$ ) ベクトルの成分を示す	

<sup>\*)</sup> Siegel, R. and Howell, J.R., 1972, Thermal Radiation Heat Transfer

## 参考文献

- [1] Gausman, H.W. and Allen, W.A.,1973, Optical Parameters of Leaves of 30 Plant Species, *Plant Physiol.*,52:57-62
- [2] Myneni, R.B., Asrar, G. and Kanemasu, E.T.,1987, Light Scattering in Plant Canopies : The Methods of Successive Orders of Scattering Approximations (SOSA), *Agric. For. Meteorol.*,39:1-12
- [3] Myneni, R.B., Asrar, G. and Kanemasu, E.T.,1987, Reflectance of a Soybean Canopy Using The Methods of Successive Orders of Scattering Approximations (SOSA), *Agric. For. Meteorol.* ,40: 71-87
- [4] Ross, J., 1981, The Radiation Regime and Architecture of Plant Stands, Dr.W. Junk
- [5] Shultis, J.K., 1988, Radiative Transfer in Canopies with anisotropic Scattering, *Quant. Spectrosc. Radiant. Transfer*, 39 :115-129
- [6] Siegel, R. and Howell, J.R., 1972, Thermal Radiation Heat Transfer, McGraw-Hill
- [7] Szeicz, G., 1974, Solar Radiation in Crop Canopies, *J. Appl. Ecol.*, 11 :1117-1156
- [8] Vanderbilt, V.C. and Grant, L.,1986, Polarization Photometer to Measure Bidirectional Reflectance Factor  $R(55^\circ, 0^\circ; 55^\circ, 180^\circ)$  of Leaves, *Optical Engineering*, 25:566-571
- [9] Woolley, J.T.,1973, Reflectance and Transmittance of Light by Leaves, *Plant Physiol.*, 47:656-662
- [10] 宇田川武俊：作物固体群の葉群構造とそのモデル化、農技研報告、D31、pp. 127-202、1980
- [11] 日本建築設備士協会 編、空調設備の動的熱負荷計算入門

## 第4章 Rossの放射輸送方程式の検証 (Ransonの測定との比較)

### 1. はじめに

前章では、Szeiczの測定データ<sup>1)</sup>を用いて、Rossの方程式の有効性 (mutual shadingの問題) を調べた。比較した項目は下向き放射束密度 (透過率) である。Szeiczの測定データには、方程式に組み込むための入力パラメータに関して測定されていないものが多かった。(例えば、葉の配置関数、PAR conversion factor など) しかし、計算結果は測定データと比較的良好な一致を示し、測定データの散らばりの範囲にあった。

この章での目的は、Ransonの測定データ<sup>2)</sup>とRossの放射輸送方程式<sup>3)</sup>の計算結果との比較を行ない、Rossの方程式の有効性 (単一葉の散乱関数の近似化) を調べることである。比較項目は Reflectance Factor (RF) (2節で定義する) である。Reflectance Factor において測定データとの一致が見いだせれば、Rossの方程式を解く際のもう1つの課題である、単一葉の散乱関数の測定精度 (近似精度) の問題が明らかになる。

Ransonのデータは1項目 (直達日射と天空日射の比) を除いて、Rossの方程式に必要なすべての入力パラメータが測定してある。Ransonのデータとの比較において良好な一致が見いだせれば、Rossの方程式の (単一葉の散乱関数の近似に関する) 有効性が確かめられる。

### 2. Ransonの測定についての概要<sup>2)</sup>

Ransonの測定についての概要を以下に示す。

測定場所 : West Lafayette, Indiana, USA (40.5 N, 87W)。

測定日時 : 1980年8月27日。

測定した植物の種類 : 大豆(Soybean)。

測定項目

1. 単一葉の透過率と反射率。
2. 地面の反射率。
3. 葉の配置関数。
4. 葉面積指数(LAI)。

5. Reflectance Factor (RF) (計算結果と比較すべき量)

6. 太陽高度と方位角 (h,A) あるいは  $(\theta_s, \phi_s)$ 。

7. 天空状態 (cloud cover)。但し、直達日射と天空日射の比は測定していない。

太陽とセンサーの位置について：[図 1] に示す。

solar projected angle  $\theta_{sp}$  : 太陽高度と方位角を一つのパラメータで表わすためにこの量を用いた。( [図-2] 参照)

RFは次式で定義される。

$$RF(\theta_v, \phi_v) = \pi \frac{i(\theta_v, \phi_v)}{IHS + IHd} = \frac{1}{1 + ratio} RF_{sun} + \frac{ratio}{1 + ratio} RF_{sky} \quad (2-1)$$

但し、

$$RF_{sun}(\theta_v, \phi_v) = \pi \frac{i_{sun}(\theta_v, \phi_v)}{IHS}$$

$$RF_{sky}(\theta_v, \phi_v) = \pi \frac{i_{sky}(\theta_v, \phi_v)}{IHd}$$

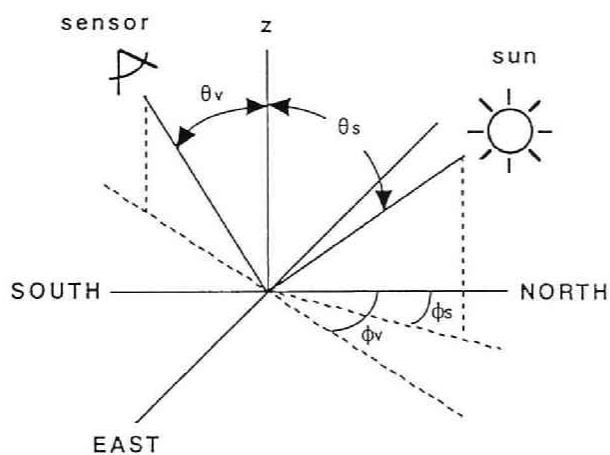
$$i(\theta_v, \phi_v) = i_{sun}(\theta_v, \phi_v) + i_{sky}(\theta_v, \phi_v)$$

$$ratio = \frac{IHd}{IHS}$$

ここに、IHS は水平面直達日射量 (スペクトルバンド別)、IHd は水平面天空日射量 (スペクトルバンド別) である。 $i(\theta_v, \phi_v)$  は植物キャノピーの  $(\theta_v, \phi_v)$  方向への放射輝度を表わす。 $i_{sun}$  は  $i(\theta_v, \phi_v)$  の中で直達日射による成分、 $i_{sky}$  は天空日射による成分を示す。 $RF_{sun}$  はRFのなかの直達日射による成分、 $RF_{sky}$  は天空日射による成分を示す。測定ではRFのみを測ることができる。数値計算では  $RF_{sun}$  と  $RF_{sky}$  を計算し、RFを求める。

solar projected angle ( $\theta_{sp}$ ) は次式で与えられる。

$$\theta_{sp} = -\tan^{-1}(\tan(\theta_s)\sin(\phi_s)) = \tan^{-1}(\cot(h)\sin(A)) \quad (2-2)$$



Sun and Sensor Geometry

図-1 太陽とセンサーの位置関係

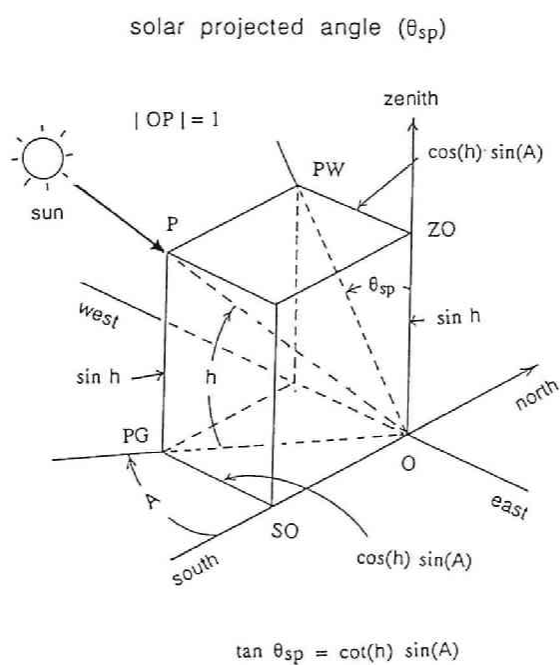


図-2 solar projected angle ( $\theta_{sp}$ )

solar projected angle と (太陽高度、方位角) ( $h, A$ ) との関係を [図 3] に示す。方位角  $A$  は南を基準にとっている。符号は午前、+符号は午後を示す。方位角  $\phi_s$  は北を基準にして時計周りを正にしている。

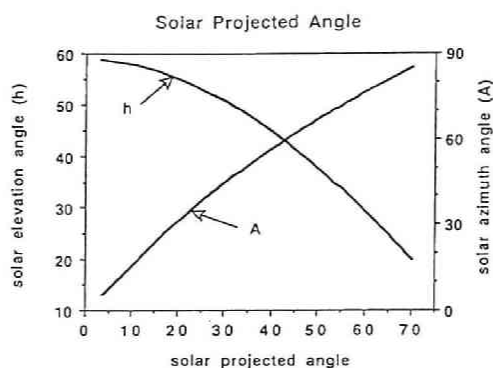


図-3 solar projected angle と太陽高度、方位角の関係

### 3. 計算方法の概要

計算方法は前章で用いたものと同じである。Ross, J. の植物キャノピー内の (1 次元) 放射伝達方程式を摂動法で解いた。但し、座標は累積葉面積指数に変換した。また、単一葉の反射特性は Lambertian の近似、葉の配置関数は座標の位置に依存しないと仮定した。

計算に用いた入力パラメータを以下に示す。<sup>2)</sup>

(1) [表-1] に単一葉の反射率( $R_L$ )と透過率( $T_L$ )、地面の反射率( $R_G$ )、葉面積指数 LAI そして天空状態を示す。(これらは測定値)。

[表-1]

	スペクトルバンド 2 (0.6-0.7 $\mu\text{m}$ ) [PAR]	スペクトルバンド 4 (0.8-1.1 $\mu\text{m}$ ) [IR]
$R_L$	0.09	0.46
$T_L$	0.08	0.52
$R_G$	0.11	0.23
LAI	2.9	
cloud cover (%)	0 (快晴)	

(2) 水平面直達日射と水平面天空日射の比 (ratio) : Ranson の測定では、この比は測られていない。ここでは推定値を与える。比 (ratio) は次式で与えた。(文献<sup>3)</sup>、<sup>4)</sup> 参照)。

$$ratio = \frac{IHd}{IHs} = \frac{Cd}{Cs} fac(h) \quad ; for \quad PAR \quad (3-1)$$

$$ratio = \frac{IHd}{IHs} = \frac{(1-Cd)}{(1-Cs)} fac(h) \quad ; for \quad IR \quad (3-2)$$

$$fac(h) = \frac{0.5 + 9.6(1 - \exp(-0.05h))}{100(1 - \exp(-0.06h))\sin(h)} \quad (3-3)$$

ここで、fac は全スペクトルでの水平面直達日射と天空日射の比の回帰式である。

<sup>4)</sup> hは太陽高度(deg.)。

ratio のグラフを [図 4] に示す。IR領域 (バンド 4) では天空日射の影響は十分に小さいことが推定できる。晴天時では、ratio は 1 より十分小さい。

(3) PAR conversion factor : PAR conversion factor のグラフを [図 5] に示す。スペクトルバンド別のデータが必要であるが、そのようなデータはない。直達日射ではIR領域の大部分のエネルギーがバンド 4 のスペクトルバンド領域にはいるため、バンド 4 で(1-Cs)を用いることは妥当である。バンド 2 ではバンド 4 に比べRFの値が小さいため、測定値と計算値の絶対誤差はバンド 4 の場合よりもかなり小さくなる。絶対誤差に関しては、PAR conversion factor をスペクトル成分に対して一定にしてもそれほど影響はでないと推定される。

PAR conversion factor Cs,Cd は次式を用いた。<sup>3)</sup> (回帰式)。

$$Cs = 8.5190e-2 + 2.9483e-2 h + 1.1767e-3 h^2 \\ + 2.5061e-5 h^3 + 2.6908e-7 h^4 + 1.1372e-9 h^5$$



$$Cd = 0.56971 + 9.0727e-3 h - 5.9782e-3 h^2 \\ + 2.0472e-5 h^3 - 3.0743e-7 h^4 + 1.7049e-9 h^5$$

(4) 葉の配置関数： 葉の配置関数のグラフを [図 6] に示す。(測定値)。

(5) G 関数： G 関数のグラフを [図 7] に示す。このグラフはuniform canopyのG 関数 (G=0.5) に近い。ややPlanophile canopy の傾向がある。G 関数は前章で示したように、葉の配置関数のデータから計算したものである。

(6) 葉群の散乱関数： 葉群の散乱関数のグラフを [図 8] から [図 11] に示す (バンド4 のみ)。このグラフは葉の配置関数、単一葉の乱射率と透過率から計算したものである。入射角によって散乱特性が大きく変化するのわかる。

#### 4. Reflectance Factor (RF) の計算結果と測定データとの比較

この節では、Rossの方程式の計算結果とRansonの測定データ (RF) との比較を行なう。測定データは [図-12] を除いてsolar projected angle を横座標にしている。

(1) [図 12]： センサーは測定部の真上 ( $\theta_v=0$ ) に位置し、真下を見る。

図の横軸は太陽天頂角 ( $\theta_s$ )。太陽高度では60~35度に対応する。実線は計算値、○と△印は測定データを示す。

Band 4, Band 2 とともに測定データと計算結果はよい一致を示した。RF ( $\theta_v=0$ ) は太陽高度にあまり依存しないことが測定データ、計算結果から見られる。

(2) [図 13]： センサーは測定部の真南に位置する。天頂角が30度で北方を見下ろす。 ( $\theta_v=30, \phi_v=0$ ) 横軸はsolar projected angle ( $\theta_{sp}$ )。側は午前、+側は午後を示す。0 は南中時を示す。  $\theta_{sp}=0$  の時、太陽高度=60(天頂角=30)。この時、太陽はセンサーの背後に来る。測定部を基準として、センサー、太陽は一直線上に並ぶ。

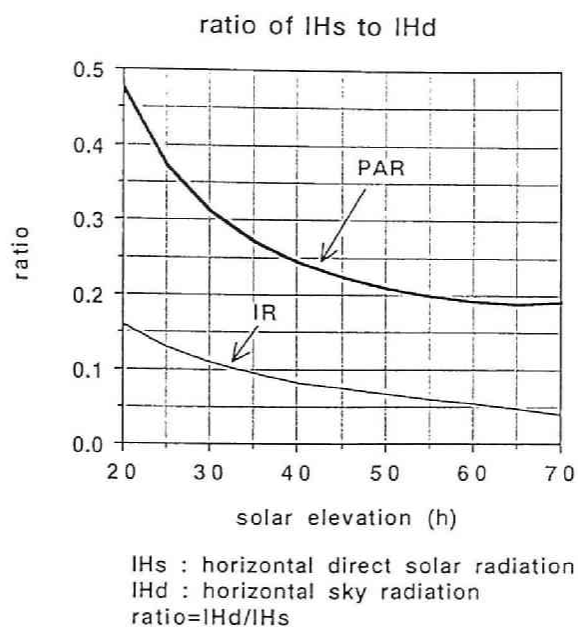


図 - 4 直達日射と天空日射の比

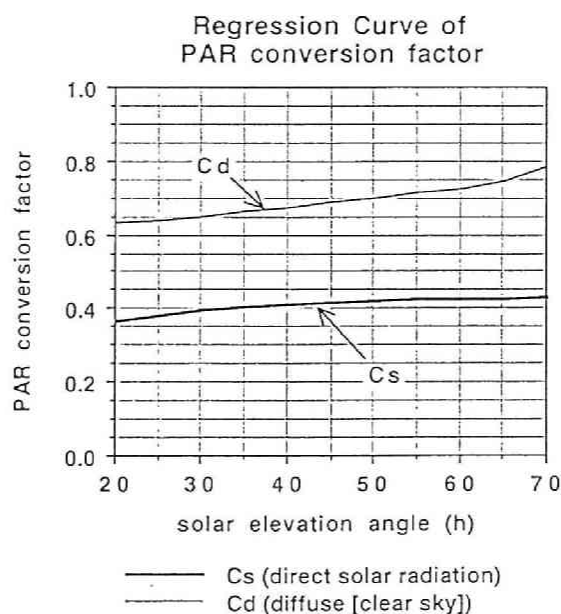


図 - 5 PAR conversion factor の太陽高度との関係

Ranson's data  
Distribution Function  
of Foliage Inclination

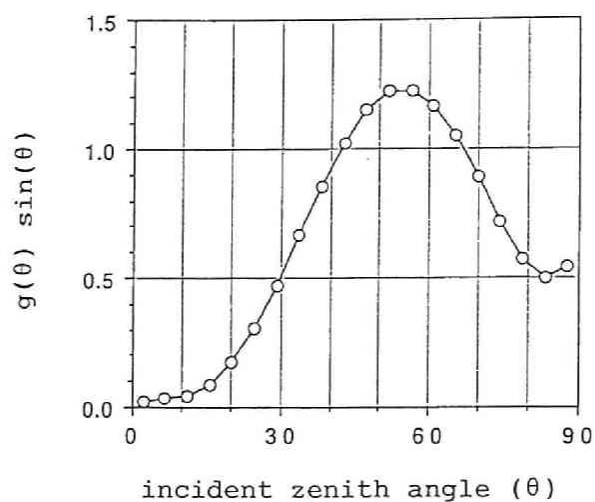


図 - 6 葉の配置関数

G-function

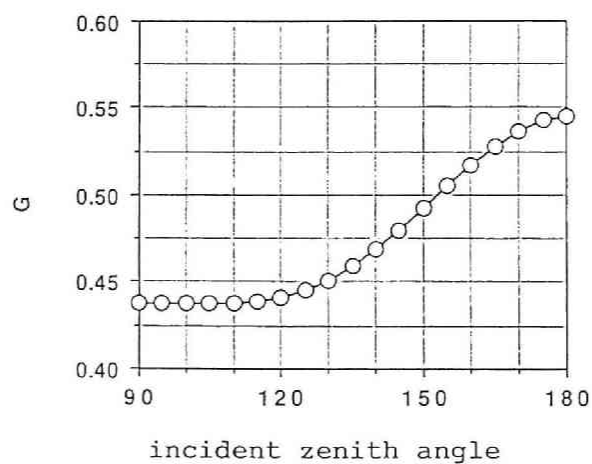
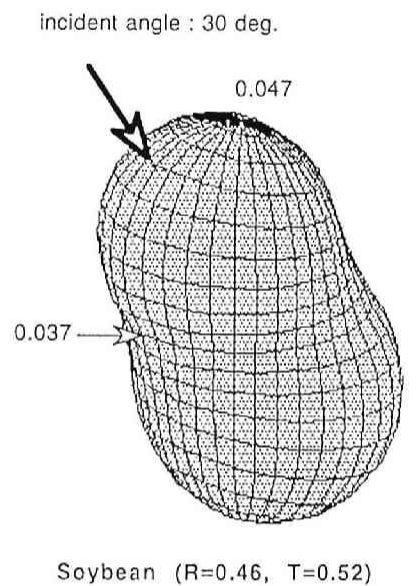
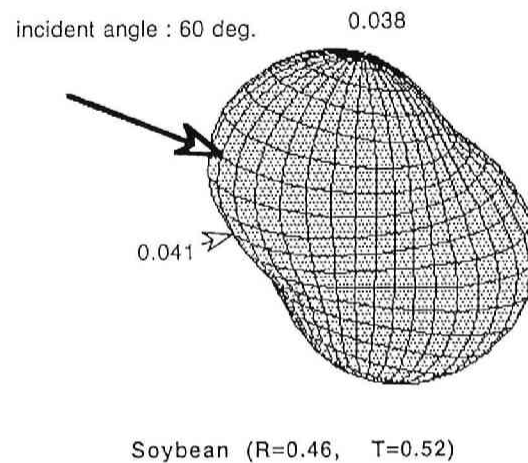


図 - 7 G 関数



Scattering Function (Band-4)

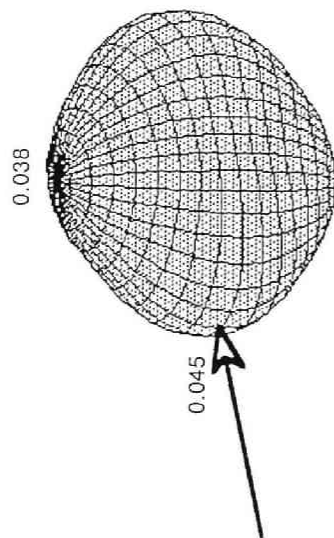
図-8 葉群の散乱関数  
(Band-4, 入射角 30 度)



Scattering Function (Band-4)

図-9 葉群の散乱関数  
(Band-4, 入射角 60 度)

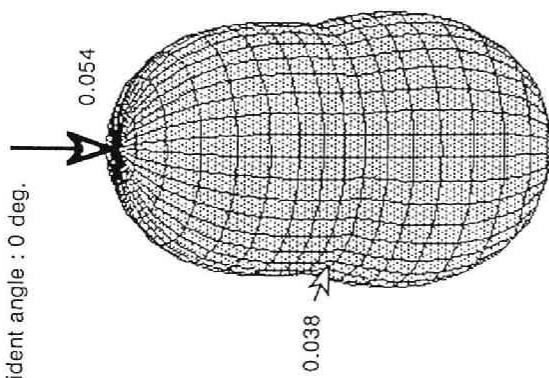
incident angle : 90 deg.



Soybean ( $R=0.46$ ,  $T=0.52$ )

Scattering Function (Band-4)

incident angle : 0 deg.



Soybean ( $R=0.46$ ,  $T=0.52$ )

Scattering Function (Band-4)

図-10 葉群の散乱関数  
(Band-4, 入射角 90 度)

図-11 葉群の散乱関数  
(Band-4, 入射角 0 度)

$\theta_{sp}=0$  付近で誤差が大きい。この傾向は、[図 19] でより顕著になっている。  
全体として、計算結果は測定値と一致する。

(3) [図 14] : センサーは測定部の北に位置する。 $\theta_v=30$ の角度で南を向く。  
 $\theta_{sp}=0$  で太陽は南中する。太陽の天頂角=30。センサーは、測定部を基準にして太陽と正反射の方向にある。計算、測定ともに、凹型の曲線を描く。測定データと計算値は定量的にも定性的にも良い一致をする。

(4) [図 15] : センサーは測定部の西に位置する。 $\theta_v=30$ の角度で東を向く。  
計算結果は測定データと良い一致をする。

(5) [図 16] : センサーは測定部の東に位置する。 $\theta_v=30$ の角度で西を向く。  
計算結果は測定データと良い一致をする。

(6) [図 17] : センサーは測定部の南に位置する。 $\theta_v=60$ の角度で北を向く。  
この場合は、南中時に測定部、センサー、太陽は一直線上には並ばない。[図 12] の場合と違って  $\theta_{sp}=0$  のとき RF の値が大きくなっていない。計算値と測定値の差も小さい。計算結果は測定データと良い一致をする。

(7) [図 18] : センサーは測定部の北に位置する。 $\theta_v=60$ の角度で南を向く。  
 $\theta_{sp}=0$  では太陽は南中する。太陽の天頂角=30のため、[図 14] の場合と異なりセンサーは、測定部を基準にして太陽と正反射の方向にはない。計算結果は測定データと良い一致をする。

(8) [図 19] : センサーは測定部の西に位置する。 $\theta_v=60$ の角度で東を向く。  
 $\theta_{sp}$  が60度近くでは太陽高度は30度程度になり西に位置する。、太陽はセンサーの背後に来る。[図 13] と同じく、この場合に誤差が大きくなる。太陽とセンサーが一直線上に並ばない場合は計算結果は測定データと良い一致をする。

(9) [図 20] : センサーは測定部の東に位置する。 $\theta_v=60$ の角度で西を向く。solar projected angle が 60 度程度の時、センサーは測定部を基準として太陽と鏡面反射の位置に近くなる。固体表面に見られるような鏡面反射はsoybean (大豆) キャノピーに関しては無い。計算結果は測定データと良い一致をする。

(10) RF の立体図 : [図 21] から [図 23] にReflectance Factor (RF) の立体図を示す。RF は太陽高度にそれほど依存していない。これは [図 12] から推定される。 $\theta_v$ が大きくなるに従い、RFが大きくなっている。全体に入射方向に散乱している。

結論: 測定部を基準として、太陽とセンサーが一直線上に並ぶ場合に誤差が生じるが、全体として計算結果は測定データと良い一致を示した。

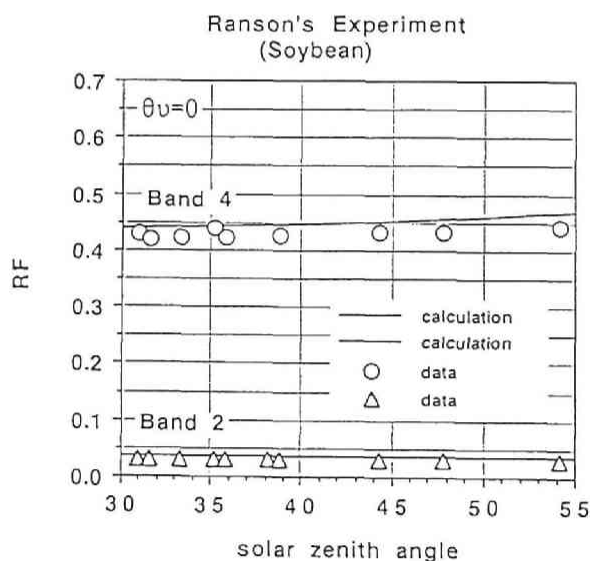


図 - 12 Reflectance Factor ( $\theta_v = 0$ )

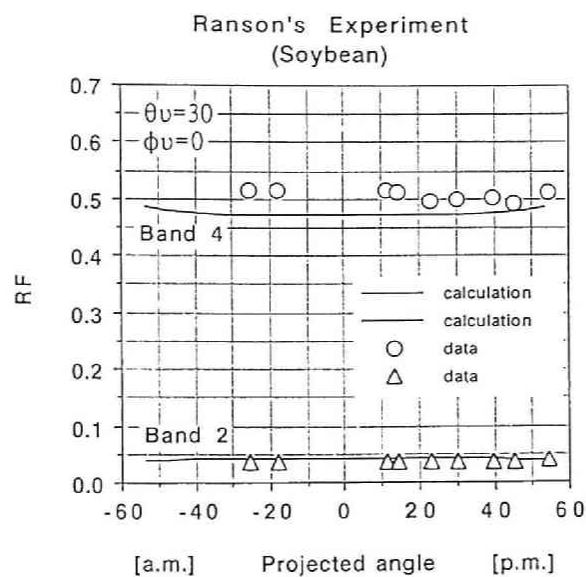


图 - 1 3 Reflectance Factor (  $\theta_v = 30$ ,  $\phi_v = 0$  )

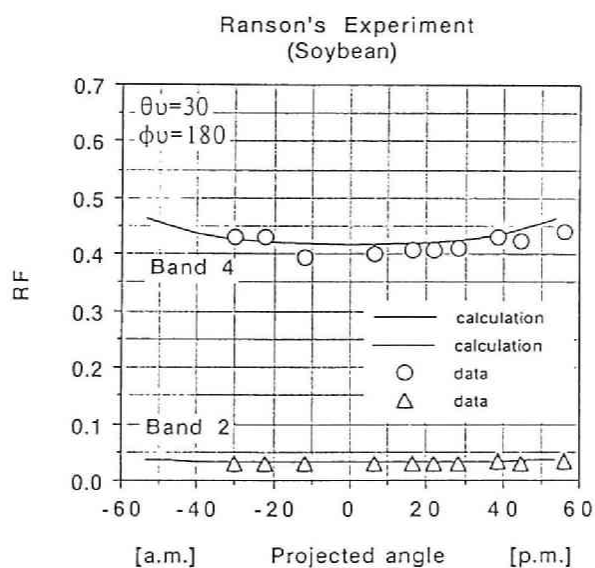


图 - 1 4 Reflectance Factor (  $\theta_v = 30$ ,  $\phi_v = 180$  )



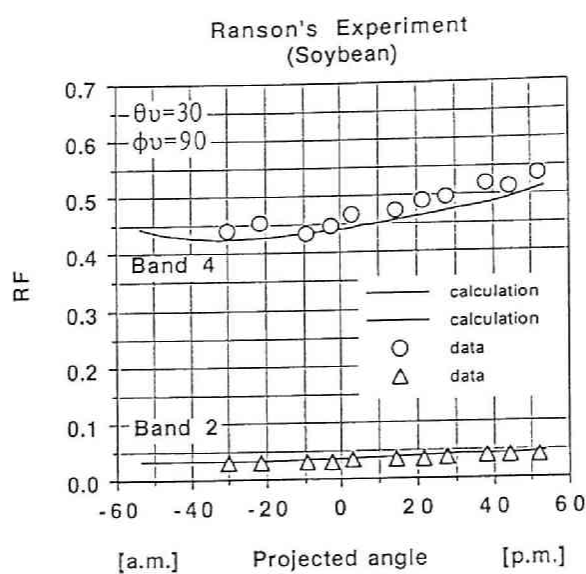


图 - 1 5 Reflectance Factor ( $\theta_v = 30$ ,  $\phi_v = 90$ )

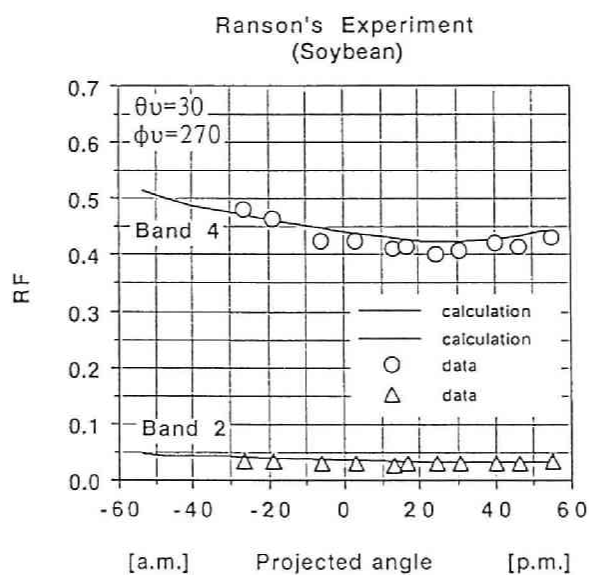


图 - 1 6 Reflectance Factor ( $\theta_v = 30$ ,  $\phi_v = 270$ )

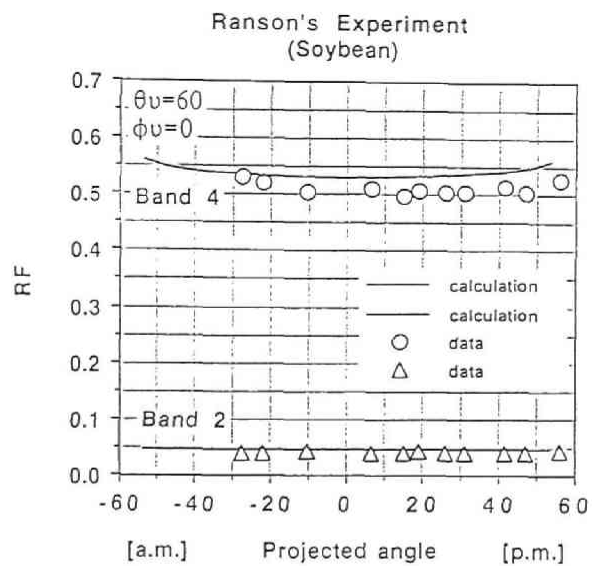


图 1-7 Reflectance Factor ( $\theta_v = 60$ ,  $\phi_v = 0$ )

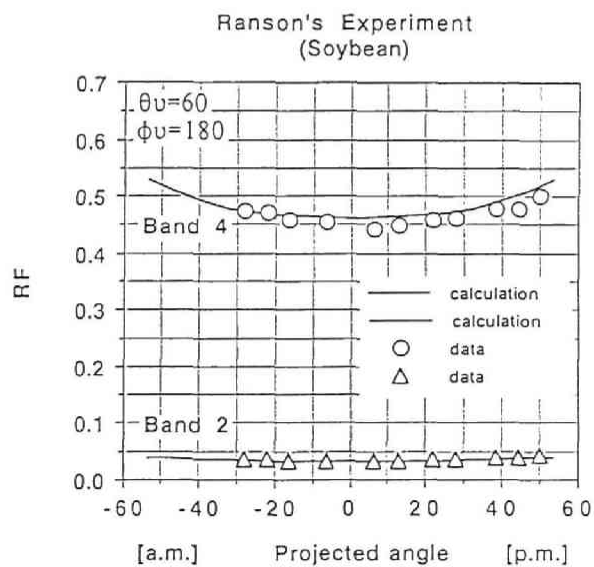


图 1-8 Reflectance Factor ( $\theta_v = 60$ ,  $\phi_v = 180$ )

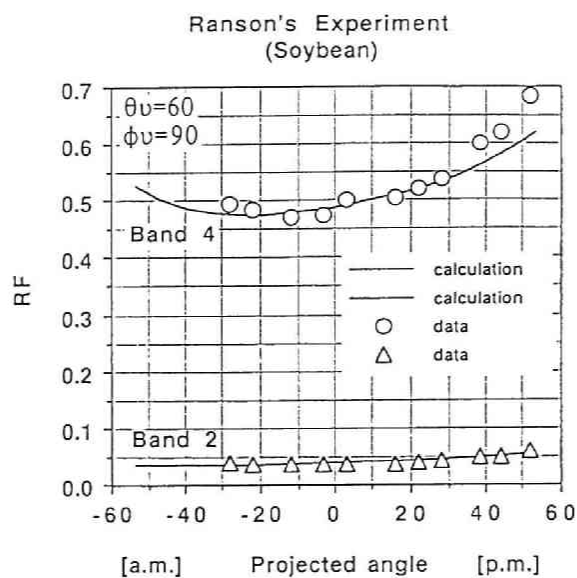


图 - 19 Reflectance Factor ( $\theta_v = 60$ ,  $\phi_v = 90$ )

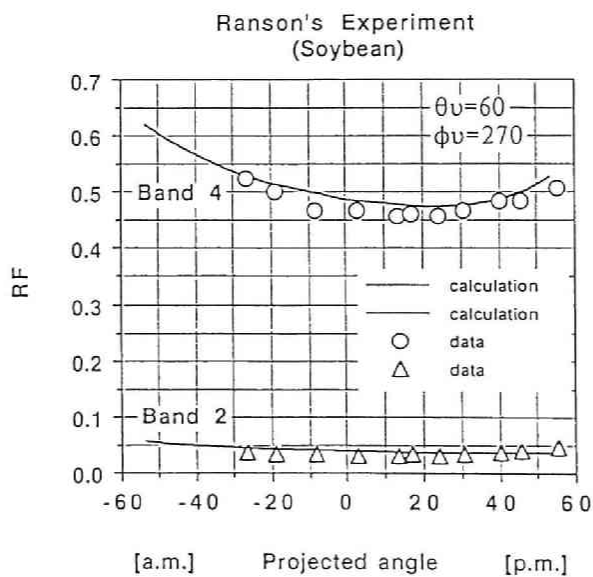
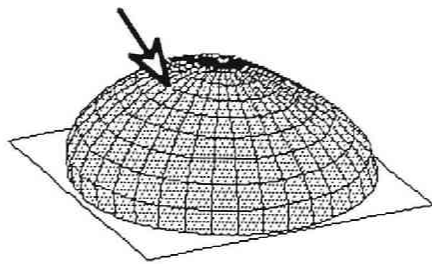
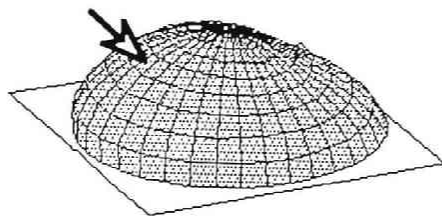


图 - 20 Reflectance Factor ( $\theta_v = 60$ ,  $\phi_v = 270$ )



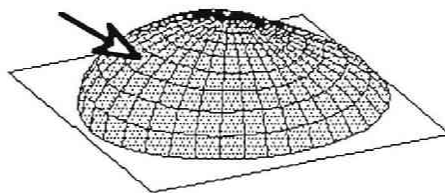
RF (solar elevation angle = 60 deg.)

図 - 2 1 Reflectance Factor の立体図 (太陽高度 60 度)



RF (solar elevation angle = 45 deg.)

図 - 2 2 Reflectance Factor の立体図 (太陽高度 45 度)



RF (solar elevation angle = 35 deg.)

図 - 2 3 Reflectance Factor の立体図 (太陽高度 35 度)

## 5. まとめ

以上、Ranson の測定データとの比較を行なった。植物層の Reflectance Factor を検討項目とした。測定データと計算値はよい一致を示した。このことは、単一葉の反射特性を Lambertian と近似することの妥当性を示している。本研究では人体の thermal comfort への植栽の効果を予測することを目的としている。植栽を透過あるいは反射する放射の指向特性を必要とするほどの精度を要求しない。単一葉の反射特性を Lambertian と近似することで十分であろう。

欠損データは直達日射と天空日射の比のみである。晴天時では天空日射の効果は小さい（特に IR 領域）。計算結果は測定データと比較するのにじゅうぶんな信頼性を持っている。

以上、この章では Ranson の測定データとの比較から、単一葉の散乱特性をどの程度の精度で求めておく必要があるかという点を中心に調べた。Reflectance Factor の測定と実験との比較をする場合、Ross のモデルでは、mutual shading の問題よりも単一葉の散乱関数の精度が問題になる。Reflectance Factor の分布形は葉群の散乱関数の予測精度に依存する。葉群の散乱関数の予測には単一葉の散乱関数の精度が問題になる。測定データとの比較から、結果として、単一葉の散乱特性は葉面を完全拡散面と近似し、反射率と透過率で表わしても問題がないことが明らかになった。この原因は、Ross のモデルでは単位体積要素内で葉面の確率分布を考慮するため、葉群の散乱関数では単一葉の鋭い散乱特性は平滑化されるものと推定できる。

## 記 号

RF : reflectance factor	$\theta_{sp}$ : solar projected angle
$\theta_s$ : solae zenith angle	h : 太陽高度 (solar elevation angle)
$\phi_s$ : solae azimuth anble measured form north	A : 太陽方位角
$\theta_v$ : sensor zenith view angle	$\phi_v$ : sensor azimuth view angle
IHs : 水平面直達日射量	IHd : 水平面天空日射量
i : 放射輝度	LAI : 葉面積指数
$R_L$ : 単一葉の反射率	$T_L$ : 単一葉の透過率
$R_G$ : 地面反射率	
Cs : PAR conversion factor for direct solar radiation	
Cd : PAR conversion factor for clear sky radiation	

## 参考文献

- [1] Szeecz, G.: Solar Radiation in Crop Canopies, J. Appl. Ecol., Vol.11, pp.1117-1156, 1974
- [2] Ranson, K.J.: A Study of The Angular Reflectance Characteristics of Corn and Soybean Canopies, Ph.D. Thesis, 1983
- [3] Ross, J.: THE Radiation Regime and ARchitecture of Plant Stands, Dr W. Junk Publishers, 1981
- [4] Paltridge, G.W. and Platt, C.M.: Radiative Processes in Meteorology and Climatology, Elsevier Scientific Publishing Company, 1976

## 第5章 植物群落内乱流のモデルリング

### 1. はじめに

この章では、植物群落内の気流の定量的予測方法について考察する。植物群落内の気流を、大きなメッシュサイズで数値計算しようとするならば、セル（差分格子）内に葉を含んでしまうため、個々の葉群の境界を明確にし、境界条件を立てて計算することは不可能になる。葉群をセル体積内の抵抗物体と見做す方が賢明である。また、都市キャノピー流を数値的に解析する場合にも同様のことが言える。建物群をセル体積（差分格子）内の抵抗物体と見做す方が取り扱いが容易になる。これは植物群落内での気流を予測する際に葉を抵抗物体と見做して取り扱うことと同じである。このような流れの場を解析するには、多孔性物体内の流れとして概念化すれば統一的な取り扱いが行なえる。

植物キャノピー流の解析的研究は Inoue<sup>4)</sup> や Cowan<sup>1)</sup> によって始められた。Kondo<sup>5)</sup> は乱流拡散係数の概念を用い、長さのスケールをせん断力と速度勾配で表わすことによりキャノピー流の予測を可能にした。Wilson and Shaw<sup>1 2)</sup> は多方程式モデルを用いることにより、乱流エネルギーも精度良く予測した。井上<sup>1 4)</sup> は Wilson and Shaw のモデルを種々の植物キャノピーに適用し、良い結果を得た。Wilson and Shaw のモデルでは、レングスケールは既知として与えており、また乱流場に対する平均化操作は空間平均を行なっているが、Yamada<sup>1 3)</sup> は、空間平均とアンサンブル平均は等しいと考えて、レングスケールの方程式を用いた 2 方程式モデルを導出した。Uno *et al.*<sup>1 0)</sup> は Yamada のモデルを  $(k-\epsilon)$  2 方程式モデルに変換し、植物キャノピーでの乱流モデルが都市境界層にも適用できることを示した。また、Raupach and Shaw<sup>7)</sup> は植物キャノピー乱流の平均化の方法について研究し、空間平均のみのモデル化と時間平均と空間平均を施した場合との違いについて考察している。Raupach, Coppin and Legg<sup>8)</sup> は温度拡散も含めた乱流構造の実験的研究を行った。この実験では、Raupach らは乱流モデルの作成のためのデータを得ることを目指している。Shaw and Segner<sup>9)</sup> は、レイノルズ応力方程式に表われる 3 次相関のモデル化を研究している。Wilson, J.D.<sup>1 1)</sup> は、多重時間スケールを用いたモデル化を行なっている。

また村上、加藤ら<sup>15, 16)</sup>はクリーンルーム内の気流性状に関して、床グレーチング部の解析にこのようなモデル化の方法を示している。

以上の研究を基に、本章では植物キャノピー流や都市キャノピー流のように、セル体積（差分格子）内に抵抗物体がある場合の乱流モデルの作成を試みる。モデル化に関しては、平均化操作の定義を明確にし、平均流などの物理量の定義を厳密に行なった。モデルの作成時に生じる完結問題に対しては、Launder *et al.*<sup>2, 3, 6)</sup>の半実験的方法に従った。作成された乱流モデルは、植物キャノピー流と都市キャノピー流に適用され、測定値及び数値実験データとの比較がなされる。また他のモデルとの違いについても、モデル化の方法及び実際の計算結果の違い、双方について考察する。

## 2. 平均化操作

### (2. 1) 平均化操作の方法

セル体積（差分格子内部の体積）内に抵抗物体がある場合、このような流れの場を数値的に求めるには、何らかの平均化操作が必要になる。乱流場のモデル化に対しては、一般的には次の3種の方法が考えられる。

- (1) 空間平均のみを行い、アンサンブル平均を行なわない。
- (2) 初めに空間平均を施し、次にアンサンブル平均を行う。
- (3) 初めにアンサンブル平均を行い、次に空間平均を施す。

第1の方法の基本的な考え方は、十分に広い範囲で空間平均を行なえば、時間的にも小さなスケールの乱れは平滑化され、アンサンブル平均をする必要はないという考え方である。しかし、実際には空間平均のみを行ってもアンサンブル平均を行ったことにはならない（極言すれば、空間平均を行っても、時間的に定常とはならない）場合が起こる。(k- $\epsilon$ )モデルのようなアンサンブル平均したモデルには適用困難である。

第2の方法では、乱れのスケールを空間平均体積内の小さなスケールと空間平均にのらない大きなスケールに分離したことになる。小さいスケールの乱れに対しては、乱れの統計量の式を導出し、空間平均操作の際にモデル化を行なう。次に、大きなスケールの乱れの時間変動成分と小さなスケールの空間平均された統計量の時



間変動成分に対してアンサンブル平均し、モデル化を行なう。3種の平均化操作のうち、この第2の平均化操作が、モデル化に対しては一番容易であるが、この方法の難点は比較のための実験データを得ることが困難な点にある。現在の測定技術では、瞬時瞬時の空間平均値を測定することは不可能である。モデルの検証を行なうためには、LES(large eddy simulation) やdirect simulation といった数値解法にたよる以外にはない。これらの数値的手法は、数値計算上の拘束からモデルの検定が可能な流れ場が限定される。また、LES では、LES の計算結果を実験データとの対応なしに検証するには、小さいスケール（大きい波数成分）の乱れが等方的であり、エネルギースペクトルが $5/3$ 乗則に従うことを検証する必要がある。これには、Taylor の凍結渦の仮定を用いて波数の代わりに周波数成分を調べるか、あるいは波数成分を直接調べるか、2つの方法が考えられる。しかし、キャノピー内では Taylor の凍結渦の仮定が成り立つかどうかは不明である。また、波数成分を調べるには、乱流成分の空間相関がゼロになる領域を求める必要がある。キャノピー内では渦（wake）のスケールは抵抗物体と同じオーダーであるため、このような範囲を見つけだすことは困難と推定される。キャノピー流での LES の精度を検証するには、現時点では実験による以外にないと判断される。Direct Simulation の使用は、現在のコンピュータ能力では無理である。以上のように、第2の平均化操作が、モデル化に対しては一番容易であるが、比較のための実験データを得ることは困難である。

第3の方法の利点は、実験データとの比較が可能な点にある。また、モデル化に関しては、形式的には第2の方法とほとんど同じ方程式系が得られる。

本研究では、第3の平均化操作により、流れの支配方程式を平均化する。その際に生じる完結問題に関しては、Launder *et al.*<sup>2, 3, 6)</sup> の半実験的方法を適用する。

## (2. 2) 空間平均の定義

空間平均に関しては(2-1)式で定義する。

$$\langle f \rangle = \frac{1}{V_0(x)} \int H(x - x') f(x') dx' \quad (2-1)$$

ここで、 $H(x)$  は体積が $V_0$ で、十分滑らか、 $|x| \rightarrow \infty$ で $H(x) \rightarrow 0$ となる関数。また、村上、加藤ら<sup>15, 16)</sup>に従い、有効体積率 $G$ を(2-2)式で定義する。

$$G(\mathbf{x}) = \frac{V_a(\mathbf{x})}{V_0} \quad (2-2)$$

フィルター $H(\mathbf{x})$ の性質として次の二つがある。

(性質1)

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle f \rangle}{\partial x_i} + \frac{1}{V_a} \|f n_i\|$$

但し、

$$\|f n_i\| = \int_s H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') n'_i ds(\mathbf{x}')$$

$n_i$ は外向き法線ベクトル（流体部から物体表面へ方向が正）、  
添え字（'）は $\mathbf{x}'$ 点を示す。 $s$ は抵抗物体の表面積を示す。

(性質2)

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial t} - \frac{1}{V_a} \|f v_j n_j\|$$

但し、

$$\|f v_j n_j\| = \int_s H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) v_j(\mathbf{x}') n'_j ds(\mathbf{x}')$$

$v_j(\mathbf{x}')$ は抵抗物体  
表面の速度を示す。

$H(\mathbf{x})$ は1次元の  
場合、例えば〔図  
-1〕のようになる。

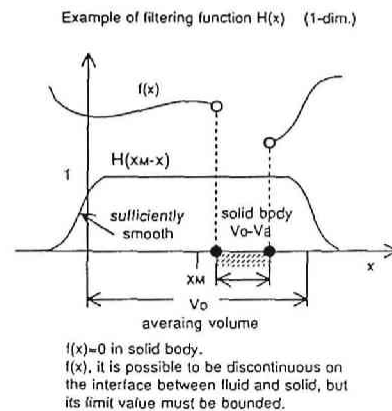


図-1 フィルター関数の例（1次元の場合）

また、平均操作の段階で次の4つの仮定を用いた。

(仮定1)

$$\langle\langle f \rangle\rangle = \langle f \rangle$$

(仮定2)

$$\langle f \cdot \langle g \rangle \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle$$

(仮定3) 固体表面上で、

$$\bar{U}_i = 0$$

(仮定4)

$$\left\langle f \cdot \frac{\partial G}{\partial x_i} \right\rangle = \langle f \rangle \frac{\partial G}{\partial x_i}$$

(仮定4)は、 $\langle f \rangle$ の空間変化に対し、有効体積率 $G$ の空間変化は小さいと仮定したことになる。この仮定なしでもモデル化は可能であり、(仮定4)はそれほど重要な仮定ではない。(仮定3)より、葉面のように固体表面が瞬時変化する場合には、時間平均値がゼロとなる位置を葉面の位置と定義することになる。固定された抵抗物体では、表面上の風速の時間変動成分はゼロとなる。葉面のように風速変動により抵抗物体が変動する場合には、表面上の風速の時間変動成分はゼロで無くてもよい。

(性質2)は省略される。なぜなら、本研究では、(1)平均操作に関しては、第3の方法(アンサンブル平均した後に空間平均する)を採用していること、(2)葉面の位置を葉面の平均風速がゼロとなる位置と定義していること、以上の2点から(性質2)は以下の節で示す式の展開の上では現われてこない。抵抗物体が基準の座標系に対して速度を持っている場合には、この(性質2)は考慮されなければならない。

### 3. 基礎式の平均操作

瞬時値での連続の式と、Navier-Stokes 式は次式で表わされる。（但し、密度は 1 とした）。

（連続の式）

$$\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3-1)$$

（運動量式）

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (3-2)$$

上記の基礎式を アンサンブル 平均した後に空間平均すると、以下のような平均流の式が得られる。ただし、空間平均操作に関しては、前節の（仮定 1）～（仮定 3）を用いた。

#### （3. 1） 平均流の式

（連続の式）

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_j} = 0 \quad (3-3)$$

（運動量式）

$$\frac{\partial \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G [\langle \bar{P} \rangle \delta_{ij} - \langle \bar{T}_{ij} \rangle + \overline{u_i u_j}]}{\partial x_j} - Fr_i \quad (3-4)$$

但し、

$$\overline{u_i u_j} = \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle + \langle \bar{u}''_i \bar{u}''_j \rangle \quad (3-5)$$

$$\begin{aligned} Fr_i &= \frac{1}{V_a} \left\| \left[ \bar{P} \delta_{ij} - \bar{T}_{ij} + \overline{u'_i u'_j} \right] n_j \right\| \\ &= \frac{1}{V_a} \int_{S_a} H(x-x') \left[ \bar{P}(x') \delta_{ij} - \bar{T}_{ij}(x') + \overline{u'_i(x') u'_j(x')} \right] n'_j dS(x') \end{aligned} \quad (3-6)$$

$Fr_i$  は物体の抵抗によって流体が受ける力である。

#### （3. 2） 乱れのエネルギー式

以下に定義するように、時間変動成分による乱れのエネルギーを  $\langle k_1 \rangle$ 、空間変動成分による乱れのエネルギーを  $\langle k_2 \rangle$ 、両成分の乱れのエネルギーを加えたものを乱れのエネルギー  $k$  とする。

$$\begin{aligned}\langle k_1 \rangle &= \frac{1}{2} \langle \overline{u'_j u'_j} \rangle \\ \langle k_2 \rangle &= \frac{1}{2} \langle \overline{u''_j \cdot u''_j} \rangle \\ k &\equiv \langle k_1 \rangle + \langle k_2 \rangle = \frac{1}{2} \langle \overline{u'_j u'_j} \rangle + \frac{1}{2} \langle \overline{u''_j \cdot u''_j} \rangle = \frac{1}{2} \overline{u_j u_j}\end{aligned}$$

(仮定 1) から (仮定 4) を用いると、 $\langle k_1 \rangle$ 、 $\langle k_2 \rangle$  の式は各々次式となる。

( $\langle k_1 \rangle$  の式)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \langle k_1 \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \overline{U}_k \rangle \langle k_1 \rangle}{\partial x_k} &= - \frac{\langle \overline{u'_i u'_k} \rangle}{G} \frac{\partial G \langle \overline{U}_i \rangle}{\partial x_k} + P_{l \rightarrow s} - \langle \varepsilon_1 \rangle + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \overline{u'_i \tau'_{ik}} \rangle}{\partial x_k} \\ &\quad - \frac{1}{G} \frac{\partial G [\langle \overline{u''_k \cdot k'_1} \rangle + \langle \overline{u'_k k'_1} \rangle + \langle \overline{p' u'_i} \rangle \delta_{ik}]}{\partial x_k} - \frac{1}{V_a} \left\| \overline{p' u'_n} + \overline{k'_1 u'_n} - \overline{u'_i \tau'_{in}} \right\|\end{aligned}\quad (3-7)$$

但し、

$$\begin{aligned}P_{l \rightarrow s} &= - \left\langle \left( \overline{u'_i u'_k} \right)'' \cdot \frac{\partial \overline{u''_i}}{\partial x_k} \right\rangle \\ \langle \varepsilon_1 \rangle &= \left\langle \overline{\tau'_{ik} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} \right\rangle = \nu \left\langle \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} \right\rangle \\ k'_1 &= \frac{1}{2} \overline{u'_j u'_j} \quad , \quad k_1 = \frac{1}{2} \overline{u'_j u'_j} \\ k''_1 &= \frac{1}{2} \overline{u''_j u''_j} - \langle k_1 \rangle = \frac{1}{2} \left( \overline{u'_j u'_j} \right)''\end{aligned}$$

( $\langle k_2 \rangle$  の式)

$$\frac{\partial \langle k_2 \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \overline{U}_k \rangle \langle k_2 \rangle}{\partial x_k} = - \frac{\langle \overline{u''_i \cdot u''_k} \rangle}{G} \frac{\partial G \langle \overline{U}_i \rangle}{\partial x_k} - \varepsilon_{l \rightarrow s} - \langle \varepsilon_2 \rangle + \langle \overline{U}_i \rangle Fr$$

$$-\frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \bar{p}'' \cdot \bar{u}_i' \rangle \delta_{ik} + \left\langle \left( \overline{u_i' u_k'} \right)'' \cdot \bar{u}_i'' \right\rangle + \frac{1}{2} \langle \bar{u}_i'' \bar{u}_i'' \bar{u}_k'' \rangle \right]}{\partial x_k} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{u}_i \cdot \bar{T}_{ik}' \rangle}{\partial x_k} \quad (3-8)$$

但し、

$$\varepsilon_{l \rightarrow s} = P_{l \rightarrow s} \quad , \quad \langle \varepsilon_2 \rangle = \left\langle \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \cdot \bar{T}_{ik}'' \right\rangle$$

乱れのエネルギー k の方程式は上記 2 式を加えると得られる。

(乱れのエネルギー式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle k}{\partial x_k} = & \underbrace{-\frac{\langle \bar{u}_i u_k \rangle}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_k}}_{[A]} + \underbrace{P_{l \rightarrow s}}_{[B]} - \underbrace{\varepsilon_{l \rightarrow s}}_{[C]} + \underbrace{\langle \bar{U}_i \rangle F r_i}_{[D]} - \underbrace{\varepsilon}_{[E]} \\ & - \frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \frac{1}{2} \langle \overline{u_i' u_k'} \rangle + \frac{1}{2} \left\langle \left( \overline{u_i' u_i'} \right)'' \cdot \bar{u}_k'' \right\rangle + \left\langle \left( \overline{u_i' u_k'} \right)'' \cdot \bar{u}_i'' \right\rangle + \frac{1}{2} \langle \bar{u}_i'' \bar{u}_i'' \bar{u}_k'' \rangle + \langle \bar{p}' u_i' \rangle \delta_{ik} + \langle \bar{p}'' \cdot \bar{u}_k'' \rangle \delta_{ik} \right]}{\partial x_k} \\ & \underbrace{+ \frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \bar{u}_k' \tau_{ik}' \rangle + \langle \bar{u}_i'' \bar{T}_{ik}' \rangle \right]}{\partial x_k}}_{[G]} - \underbrace{\frac{1}{V_a} \left\| \bar{p}' u_n' + \frac{1}{2} \bar{u}_i' u_i' u_n' - \bar{u}_i' \tau_{in}' \right\|}_{[H]} \quad (3-9) \end{aligned}$$

但し、

$$\varepsilon = \langle \varepsilon_1 \rangle + \langle \varepsilon_2 \rangle \approx \langle \varepsilon_1 \rangle \quad , \quad P_{l \rightarrow s} = \varepsilon_{l \rightarrow s} = - \left\langle \left( \overline{u_i' u_k'} \right)'' \cdot \frac{\partial \bar{u}_i'}{\partial x_k} \right\rangle$$

(3-9) 式の各項の物理的意味は以下のようになる：

[A]：せん断による平均流からの乱れのエネルギー生成項

[B]：空間変動成分  $\langle k_2 \rangle$  からの  $\langle k_1 \rangle$  のエネルギー生成項 (wake production)

[C]：実際の乱れ  $\langle k_1 \rangle$  への  $\langle k_2 \rangle$  のエネルギー消散項

[D]：物体の抵抗による乱れのエネルギー生成項

[E]：粘性消散項、

[F]：乱流拡散項

[G]: 分子拡散項、

[H]: 物体表面積分項

[B] 項と[C] 項は、 $\langle k_1 \rangle$  と  $\langle k_2 \rangle$  との間のエネルギー交換を示し、互いに打ち消し合う。実際には、(3-9) 式には現われない。

### (3.3) レイノルズ応力の式

レイノルズ応力  $\overline{u_i u_j}$  を次式で定義する。

$$\overline{u_i u_j} \equiv \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle + \langle \overline{u''_i} \overline{u''_j} \rangle \quad (3-5)$$

(仮定1) から (仮定4) を用いてレイノルズ応力の式を導くと次式の様になる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \overline{U_k} \rangle \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = & \underbrace{-\frac{\langle \overline{u_i u_k} \rangle}{G} \frac{\partial G \langle \overline{U_j} \rangle}{\partial x_k} - \frac{\langle \overline{u_j u_k} \rangle}{G} \frac{\partial G \langle \overline{U_i} \rangle}{\partial x_k}}_{[A]} + \underbrace{\langle \overline{U_j} \rangle F r_i + \langle \overline{U_i} \rangle F r_j}_{[B]} - \underbrace{\varepsilon_{ij}}_{[C]} \\ & + \underbrace{\left\langle \overline{p'} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle + \left\langle \overline{p''} \cdot \left( \frac{\partial \overline{u''_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u''_j}}{\partial x_i} \right) \right\rangle}_{[D]} \\ & - \underbrace{\frac{1}{G} \frac{\partial G [\langle \overline{p' u'_i} \rangle + \langle \overline{p''} \cdot \overline{u''_i} \rangle]}{\partial x_j} - \frac{1}{G} \frac{\partial G [\langle \overline{p' u'_j} \rangle + \langle \overline{p''} \cdot \overline{u''_j} \rangle]}{\partial x_i}}_{[E]} \\ & - \underbrace{\frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \overline{u'_i u'_j u'_k} \rangle + \langle \overline{u''_i} \overline{u''_j} \cdot \overline{u''_k} \rangle + \left\langle \overline{u''_k} \cdot \left( \overline{u'_i u'_j} \right)'' \right\rangle + \left\langle \overline{u''_i} \cdot \left( \overline{u'_j u'_k} \right)'' \right\rangle + \left\langle \overline{u''_j} \cdot \left( \overline{u'_i u'_k} \right)'' \right\rangle \right]}{\partial x_k}}_{[F]} \\ & + \underbrace{\frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \overline{u'_i \tau'_{jk}} \rangle + \langle \overline{u'_j \tau'_{ik}} \rangle + \langle \overline{u''_i} \cdot \overline{\tau''_{jk}} \rangle + \langle \overline{u''_j} \cdot \overline{\tau''_{ik}} \rangle \right]}{\partial x_k}}_{[G]} \\ & - \underbrace{\frac{1}{V_a} \left\| \overline{u'_i u'_j u'_n} + \left( \overline{p' u'_i n_j} + \overline{p' u'_j n_i} \right) - \left( \overline{u'_i \tau'_{jn}} + \overline{u'_j \tau'_{in}} \right) \right\|}_{[H]} \end{aligned} \quad (3-11) ) ) )$$

但し、

$$\varepsilon_{ij} = \left\langle \tau'_{ik} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle + \left\langle \tau'_{jk} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \bar{u}''_j}{\partial x_k} \cdot \bar{T}''_{ik} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \bar{u}''_i}{\partial x_k} \cdot \bar{T}''_{jk} \right\rangle \approx \left\langle \tau'_{ik} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle + \left\langle \tau'_{jk} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right\rangle \quad (3-12)$$

(3-11) 式の各項の物理的意味は以下のようになる：

- |                          |             |
|--------------------------|-------------|
| [A]：せん断による平均流からの生成項、     | [E]：乱流拡散項   |
| [B]：物体の抵抗によるレイノルズ応力の生成項、 | [F]：乱流拡散項   |
| [C]：粘性消散項、               | [G]：分子拡散項   |
| [D]：圧力-歪相関による再分配項、       | [H]：物体表面積分項 |

乱れのエネルギー  $k$  の方程式に現われる  $P_{1 \rightarrow s}$ （あるいは  $\varepsilon_{1 \rightarrow s}$ ）項に相当する項は、レイノルズ応力の式では、

$$-\left\langle \left( u'_i u'_k \right)'' \cdot \frac{\partial \bar{u}''_j}{\partial x_k} \right\rangle - \left\langle \left( u'_j u'_k \right)'' \cdot \frac{\partial \bar{u}''_i}{\partial x_k} \right\rangle$$

で表わされる。この項も  $k$  の方程式と同様にレイノルズ応力の式の中で打ち消し合って消えるため、(3-11) 式では省略した。

#### （3. 4） 粘性消散 $\varepsilon$ の方程式

空間変動成分に対する粘性消散  $\langle \varepsilon_2 \rangle$  は、実際の乱れによる粘性消散  $\langle \varepsilon_1 \rangle$  に比べて十分に小さいので、粘性消散  $\varepsilon$  を次のように定義する。

$$\varepsilon = \langle \varepsilon_1 \rangle = \nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle \quad (3-13)$$

（仮定 1）から（仮定 4）を用いると粘性消散  $\varepsilon$  の方程式は次のようになる。



(粘性消散  $\varepsilon$  の式)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle}{\partial x_k} \varepsilon = & \underbrace{-2\nu \left[ \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_k} \right\rangle \right] \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_k}}_{[A]} \\
 & \underbrace{-2\nu \left\langle \left[ \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right)'' + \left( \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_k} \right)'' \right] \cdot \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right\rangle}_{[B]} \\
 & \underbrace{-2\nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right\rangle}_{[C]} - 2 \underbrace{\left\langle \left[ \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right) \right]^2 \right\rangle}_{[D]} \\
 & \underbrace{- \frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \bar{u}'_k \varepsilon'_i \rangle + \langle \bar{u}_k'' \cdot \varepsilon_i' \rangle \right]}{\partial x_k}}_{[E]} - \frac{1}{V_a} \left\| \bar{u}'_k \varepsilon'_i \right\| \\
 & \underbrace{+ \frac{\nu}{G} \frac{\partial^2 G \varepsilon}{\partial x_k^2} + \frac{\nu}{V_a} \frac{\partial \|\varepsilon_i\|}{\partial n} + \frac{\nu}{V_a} \left\| \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial n} \right\|}_{[F]} \\
 & \underbrace{- \frac{2\nu}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ G \left\langle \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \frac{\partial p'}{\partial x_j} \right\rangle - \frac{2\nu}{V_a} \left\| \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \frac{\partial p'}{\partial x_j} \right\| \right]}_{[G]} \\
 & \underbrace{- 2\nu \left\langle u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle \frac{1}{G} \frac{\partial^2 G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j \partial x_k} - 2\nu \left\langle u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle \frac{1}{V_a} \left\| \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} n_k \right\|}_{[H]} \\
 & \underbrace{- 2\nu \left\langle \left( u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)'' \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}_i''}{\partial x_j \partial x_k} \right\rangle}_{[I]}
 \end{aligned} \tag{3-14}$$

但し、

$$\varepsilon_i = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}, \quad \varepsilon'_i = \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}, \quad \varepsilon_i'' = \varepsilon_i - \langle \varepsilon_i \rangle$$

$$\frac{\partial \|\varepsilon_i\|}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \int_s H(x-x') \varepsilon_i(x') n'_k dS(x') \right], \quad \left\| \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial n} \right\| = \int_s H(x-x') \frac{\partial \varepsilon_i(x')}{\partial x'_k} n'_k dS(x')$$

(3.14) 式の各項の物理的意味は以下のようになる。

- |  |                   |
|--|-------------------|
| [A]: せん断による平均流からの生成項、                          | [E]: 乱流拡散項        |
| [B]: 空間変動成分による $\varepsilon$ の生成項、             | [F]: 分子拡散項        |
| [C]: vortex stretching による $\varepsilon$ の生成項、 | [G]: 圧力変動による拡散    |
| [D]: 分子粘性による $\varepsilon$ の消散項、               | [H]: 平均流からの生成項    |
|  | [I]: 空間変動成分による生成項 |

#### 4. 物体から働く力 $Fr_i$ の近似

空間平均の体積内の物体から流体に及ぼす力  $Fr_i$  を次式で定義する。

$$Fr_i = a(\mathbf{x}) Cf_i(\mathbf{x}) \langle \bar{U}_i \rangle^2 \quad (4-1)$$

ここに、 $a$  は (1/m) を単位とする量で、次のように定義した。

$$a(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \frac{\text{surface area of solid body in } V_0}{V_s(\mathbf{x})} \quad (4-2)$$

植物の葉群の場合には、上式の  $a$  は葉面積密度に一致する。形状係数  $Cf_i$  は平均流の方向に依存する。 $Fr_i$  には揚力や横力がなく、抗力のみが働くとき、(4-1) 式はスカラー量の抗力係数  $Cf$  を用いて次のように表わされる。

$$Fr_i = a(x) Cf \langle \bar{U}_i \rangle \left[ \langle \bar{U}_i \rangle^2 \right]^{1/2} \quad (4-3)$$

## 5. (k - ε) モデルの作成

Launder *et al.* <sup>2, 3, 6)</sup> の半実験的方法に従い、乱れのエネルギー  $k$  と粘性消散  $\epsilon$  の方程式を完結させる。

### (5. 1) レイノルズ応力 $\overline{u_i u_j}$ の近似

連続の式 (3-3) 式) を考慮して、レイノルズ応力をブシネスク近似する。

$$\overline{u_i u_j} = -\frac{\nu_t}{G} \left[ \frac{\partial G \langle \overline{U}_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial G \langle \overline{U}_j \rangle}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (5-1)$$

$$\nu_t = C_D \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5-2)$$

### (5. 2) 乱れのエネルギー $k$ の方程式の完結

半実験的方法に従い、(3-9) 式の乱流拡散項[F] を次のように近似する。

(3-9) 式[F] 項 [ ] 内の3次速度相関項と圧力速度相関項を次のように近似する。

$$-\frac{\nu_t}{\sigma_t} Crr \frac{1}{G} \frac{\partial Gk}{\partial x_k}$$

従って、

$$eq.(3-9) [F] term \approx \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_t} Crr \frac{1}{G} \frac{\partial Gk}{\partial x_k} \right] \quad (5-3)$$

(5-3) 式に現われる係数  $Crr$  は乱流シュミット数  $\sigma_t$  の補正項を示す。この係数については6節のレイノルズ応力方程式モデルの作成の箇所で説明する。

分子粘性による拡散項(3-9) 式[G] 項は省略できる。

抵抗物体の表面積分項(3-9) 式[H] 項は、物体が固定されている場合にはゼロになる。葉のように周囲空気の変動に伴って動く場合には、この項はゼロにはならないが、物体の抗力による項 (3-9) 式[D] 項) との比較から省略できると近似する。抗力  $Fr_i$  は(3-6) 式で表わされるため、[D] 項より大きいオーダーを持つと考えられる。

### (5.3) 粘性消散 $\epsilon$ の方程式の完結

粘性消散  $\epsilon$  の方程式に対応する乱れのエネルギー式は (3-7) 式と考えられるため、粘性消散  $\epsilon$  の方程式において [平均流からの  $\epsilon$  の生成項[A]] と [空間変動成分からの  $\epsilon$  の生成項[B]] を次のように近似化する。

(3-14) 式の[A] 項は、Hanjalic and Launder<sup>3)</sup> の完結方法に従えば、

$$eq.(3-14) [A]term \approx \left(\frac{\epsilon}{k}\right) C_{1\epsilon} P \quad (5-4)$$

と近似される。但し、

$$P = -\frac{\overline{u_i u_j} \partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{G \partial x_j}$$

粘性消散  $\epsilon$  の方程式 ( (3-14) 式) に対応する乱れのエネルギー式は、実際の乱れのエネルギー  $\langle k_1 \rangle$  の式 ( (3-7) 式) である。(3-7) 式の wake production 項  $P_{1 \rightarrow s}$  が、(3-14) 式の wake production 項 [B] に対応する。上記 (5-4) 式の近似の類推から、(3-14) 式の [B] 項は次のように近似されてもよい。

$$eq.(3-14) [B]term \approx \left(\frac{\epsilon}{k}\right) C_{pe} P_{1 \rightarrow \epsilon}$$

但し、

$$P_{1 \rightarrow \epsilon} = -\left\langle \left( \overline{u'_i u'_j} \right)'' \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right\rangle$$

また、空間変動成分からの乱れのエネルギー  $\langle k_1 \rangle$  の生成項  $P_{1 \rightarrow s}$  を村上、加藤ら<sup>15, 16)</sup> に従い、次のように近似する。

$$P_{1 \rightarrow \epsilon} = -\left\langle \left( \overline{u'_i u'_j} \right)'' \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right\rangle \approx \frac{k^{3/2}}{L} \quad (5-5)$$

ここで、 $L$  は物体によって作り出される渦の特徴長さである。

(注) 村上、加藤ら<sup>15, 16)</sup> のモデル化では、物体の近傍では、

$$\varepsilon \approx \frac{k^{3/2}}{L}$$

が成り立ち、他の流体部分では、一般の  $\varepsilon$  の方程式が成り立つと仮定し、上式を一種の拘束条件とみなして  $\varepsilon$  の方程式に組み込んだものと考えられる。

ほかの未知項の近似化に関しては、Hanjalic and Launder<sup>3)</sup> の半実験的方法に従い、各々次のように近似する。

$$eq.(3-14) [C]+[D] \approx -C_{2\varepsilon} \left( \frac{\varepsilon^2}{k} \right)$$

$$[E]term \approx \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{v_i}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial G \varepsilon}{\partial x_k} \right]$$

$$[F]term \approx 0 \quad (\text{分子拡散のため})$$

$$[G]term \approx 0 \quad (\text{等方性の仮定から})$$

$$[H]term \approx 0 \quad ([A] \text{ 項との比較から})$$

$$[I]term \approx 0 \quad ([B] \text{ 項との比較から})$$

(3-14) 式 [C] 項と [D] 項は (3-14) 式に於て最も大きいオーダーを持つ。粘性消散の式 (3-14) 式は、vortex stretching による  $\varepsilon$  の生成項 [C] と分子粘性による  $\varepsilon$  の消散項 [D] によって支配される。これらの項の各々は、レイノルズ数無限大において発散する。レイノルズ数無限大において (3-14) 式が存在するためには、[C] 項と [D] 項とはその最高次のオーダー部分が互いに打ち消し合わなければならない。[C] 項と [D] 項との和は、低波数から高波数域へのエネルギーカスケード過程によって支配されており、分子粘性には依存しないと考えられる。( Hanjalic and Launder, 1972 )。次元解析から上記の近似が得られる。

(3-14) 式 [E] 項は  $\varepsilon$  の乱流拡散項を示す。この項は乱流拡散係数によって近似される。

(3-14) 式 [F] 項は  $\varepsilon$  の分子粘性による拡散項を示す。この項は省略できる。

(3-14) 式 [G] 項は圧力変動による  $\varepsilon$  の乱流拡散項である。この項は、小さいスケールの乱れの等方性の過程から無視し得るものと近似される。

(3-14) 式 [H] 項は、[A] 項と [H] 項に現われる 2 つの相関量の比較 (5-6)

$$O\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j}\right) \gg O\left(u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}\right) \quad (5-6)$$

から、[A] 項に比べて小さいとして無視する。

(3-14) 式 [I] 項は、[B] 項 (wake turbulence による  $\epsilon$  の生成項) と [I] 項に現われる 2 つの相関量 (5-6) 式と同じ) の比較から、[B] 項に比べて小さいと近似する。この近似方法は、Hanjalic and Launder<sup>3)</sup> が [H] 項 (平均流からの  $\epsilon$  の生成項) に対して用いた方法を wake turbulence からの  $\epsilon$  の生成項の近似に対して拡張した。

以上をまとめると、(k- $\epsilon$ ) モデルは [表-1] のように表わされる。ここで、L は流体中の抵抗物体によって作り出される渦の特徴長さを表わす。係数  $C_p$  と補正係数  $C_{rr}$  は有効体積率や葉面積密度など、平均化体積内部の特性量に依存する。

乱れのエネルギーの流れを図式化すると、[図-2] のようになる。空間変動成分の乱れは、抵抗物体からの抗力と平均流のせん断によって、平均流の場からエネルギーを受け取る。この成分の乱れは局所的なせん断により実際の乱れのエネルギーに変換される。また、実際の乱れのエネルギーは平均流の場からもせん断によってエネルギー供給を受ける。そして、分子粘性によって熱エネルギーへと変換される。

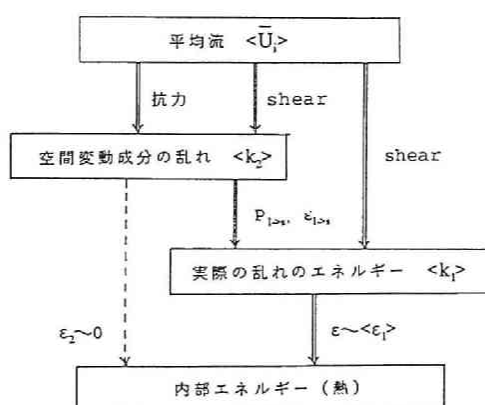


図-2 エネルギーの流れ (概念図)

[ 表 - 1 ] (k-ε) model for Plant/Urban Canopy

(equation of continuity)

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_j} = 0$$

(equation of momentum)

$$\frac{\partial \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{P} \rangle}{\partial x_i} - \frac{1}{G} \frac{\partial G \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} - Fr_i$$

(equation of turbulent energy)

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle k}{\partial x_j} = P + F_k - \varepsilon + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ v_t \frac{C_{rr}}{\sigma_t} \frac{\partial Gk}{\partial x_j} \right]$$

(equation of energy dissipation)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle \varepsilon}{\partial x_j} = \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [C_{1\varepsilon} P + C_{2\varepsilon} F_k - C_{2\varepsilon} \varepsilon] + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial G\varepsilon}{\partial x_j} \right]$$

(Reynolds stress)

$$\bar{u}_i \bar{u}_j = -\frac{v_t}{G} \left[ \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

(eddy viscosity)

$$v_t = C_D \frac{k^2}{\varepsilon}$$

(force from solid body))

$$Fr_i = a C f_i \langle \bar{U}_j \rangle^2$$

if only drag force

$$Fr_i = a C f \langle \bar{U}_i \rangle \left[ \langle \bar{U}_j \rangle^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

,where

$$P = -\frac{\bar{u}_i \bar{u}_j}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j}, \quad F_k = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L}, \quad F_k = \langle \bar{U}_j \rangle Fr_j$$

L is characteristic length scale of wake.

## 6. レイノルズ応力方程式モデル (R S M) の作成

(3-11) 式のレイノルズ応力の方程式を半実験的方法によって完結させる。

### (1) 圧力歪相関項の近似

圧力歪相関項 ((3-11) 式 [D] 項) は次式のように近似する。

$$[D]term \approx -C_{1\pi} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] - C_{2\pi} \left[ P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right] + \phi_{ij}^w \quad (6-1)$$

但し、

$$P_{ij} = -\frac{\overline{u_i u_k}}{G} \frac{\partial G \langle \overline{U_j} \rangle}{\partial x_k} - \frac{\overline{u_j u_k}}{G} \frac{\partial G \langle \overline{U_i} \rangle}{\partial x_k} \quad (6-2)$$

$$P = \frac{1}{2} P_{jj} \quad (6-3)$$

$$\phi_{ij}^w : \text{wall reflection term} \quad (\text{Launder et al. } ^{2, 6}) \text{ 参照})$$

### (2) 粘性消散項の近似

粘性消散項 ((3-11) 式 [C] 項) は次式で近似する。

$$\varepsilon_{ij} \equiv \left\langle \tau'_{ik} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle + \left\langle \tau'_{jk} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right\rangle \approx \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (6-4)$$

### (3) 乱流拡散項の近似

乱流拡散項 ((3-11) 式 [F] 項) の近似に関しても、以上と同様に半実験的方法により以下の様に近似する。

(3-11) 式 [F] 項 [ ] 内の 3 次相関項を次のように近似する。

$$-C_s C_r \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \frac{\overline{u_k u_l}}{G} \frac{\partial G \overline{u_i u_j}}{\partial x_l}$$

したがって



$$[F]term = \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ C_s C_\pi \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \overline{u_k u_l} \frac{\partial G \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right] \quad (6-5)$$

(6-5) 式に現われる係数  $C_\pi$  は係数  $C_s$  の補正項である。Shaw and Seginer<sup>9)</sup> は植物群落内の乱流の 3 次相関を調べる際に、圧力速度相関の物理的意味を等方性への回帰と仮定して、次のように近似した。

$$\left\langle p'' \cdot \frac{\partial u_i'' u_k''}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle p'' \cdot \frac{\partial u_j'' u_k''}{\partial x_i} \right\rangle + \left\langle p'' \cdot \frac{\partial u_i'' u_j''}{\partial x_k} \right\rangle = -\frac{C}{\tau} \langle u_i'' u_j'' u_k'' \rangle$$

上記の近似式の係数  $C$  を適当に変化させることによって測定値（これは アンサンブル 平均値）との対応を求めている。Launder *et al.*<sup>2, 3, 6)</sup> のモデル化に従えば、このことは係数  $C_s$  は有効体積率や葉面積密度など、平均化体積内部の特性量によって変化することになる。この補正量として係数  $C_\pi$  を導入した。

圧力による拡散項 [E] 項に対しては、圧力ひずみ相関項 [D] 項に比べて小さいものとして省略する。

分子粘性による拡散項 [G] 項も省略する。

#### (4) 物体表面積項の近似

抵抗物体の表面積積分項 ((3-11) 式 [H] 項) は、物体が固定されている場合にはゼロになる。葉のように周囲空気に伴って変動する場合には、物体の抗力  $F_{R_i}$  による項 ((3-11) 式 [B] 項) との比較から省略できるものと近似する。

以上をまとめると、レイノルズ応力の式は、[表—2] のようにモデル化される。

[ 表 - 2 ] RSM model for Plant/Urban Canopy

(equation of continuity)

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_j} = 0$$

(equation of momentum)

$$\frac{\partial \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_k} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{P} \rangle}{\partial x_i} - \frac{1}{G} \frac{\partial G \overline{u_i u_k}}{\partial x_k} - Fr_i$$

(equation of Reynolds stress)

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = P_{ij} + F_{ij} + \Pi_{ij} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} + D_{ij}$$

(equation of energy dissipation)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle \varepsilon}{\partial x_k} = \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [C_{1\varepsilon} P + C_{2\varepsilon} F_\varepsilon - C_{2\varepsilon} \varepsilon] + D_\varepsilon$$

, where

$$P_{ij} = -\frac{\overline{u_i u_k}}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_k} - \frac{\overline{u_j u_k}}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_k}, \quad P = \frac{1}{2} P_{ij}$$

$$\Pi_{ij} = \phi_{ij}^1 + \phi_{ij}^2 + \phi_{ij}^{w1} + \phi_{ij}^{w2}$$

$$\phi_{ij}^1 = -C_{1\pi} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right], \quad \phi_{ij}^2 = -C_{2\pi} \left[ P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right]$$

$$\phi_{ij}^{w1} = C_{1\pi}' \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_k u_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i n_k n_j} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j n_k n_i} \right] \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_w x_n \varepsilon}$$

$$\phi_{ij}^{w2} = C_{2\pi}' \left[ \phi_{km}^2 n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik}^2 n_k n_j - \frac{3}{2} \phi_{jk}^2 n_k n_i \right] \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_w x_n \varepsilon}$$

$$F_{ij} = \langle \bar{U}_j \rangle Fr_i + \langle \bar{U}_i \rangle Fr_j, \quad D_\varepsilon = \frac{C_\varepsilon}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \overline{u_k u_i} \frac{\partial G \varepsilon}{\partial x_i} \right]$$

$$D_{ij} = \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ C_s C_{rr} \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \overline{u_k u_i} \frac{\partial G \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \right], \quad F_\varepsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L}$$

## 7. まとめ

植物キャノピーや都市キャノピーのようにセル体積（差分格子）内に抵抗物体を持つ乱流モデルを作成した。本研究では、Navier-Stokes 式の平均操作に関しては、アンサンブル平均操作の後空間平均操作を施す方法を採用した。空間平均操作に関しては、フィルター関数が用いられた。この関数は、平均化体積内の抵抗物体の体積変化の取り扱いを可能にした。モデルは Launder et al. の半実験的方法に従って完結された。流体内の抵抗物体による抗力の効果は、平均流の式、乱れのエネルギー式、レイノルズ応力式そして粘性消散の式に組み込まれた。

## 記 号

Symbol	Description
$a$	葉面積密度
$C_f, C_{f_i}$	抗力係数、形状係数
$Fr_i$	抗力
$G$	有効体積率
$k$	乱れのエネルギー
$L$	抵抗物体によって作られる渦 (wake) のレンゲスケール
$u_i, U_i$	流速
$p, P$	圧力
$\overline{u_i u_j}$	レイノルズ応力
$V_o$	平均化体積
$V_a$	$V_o$ 内の流体体積

Greek Symbol	Description
$\epsilon$	粘性消散率
$\nu$	動粘性係数
$\nu_t$	乱流拡散係数

$\tau_{ij}, T_{ij}$  分子粘性による応力テンソル

Operation Description

$\langle \rangle$  空間平均を示す

overbar アンサンブル平均を示す

$\sim$  瞬時値を示す

$f''$   $f'' = f - \langle f \rangle$

$f'$   $f' = \bar{f} - \overline{f}$

$\parallel$  表面積分を示す

others

$$\bar{U}_i = \bar{u}_i = \bar{\bar{u}}_i, \quad u'_i = \bar{u}_i - \bar{U}_i, \quad \bar{u}''_i = \bar{U}_i - \langle \bar{U}_i \rangle, \quad \langle \bar{U}_i \rangle = \langle \bar{\bar{u}}_i \rangle$$

$$\bar{P} = \bar{p} = \bar{\bar{p}}, \quad p' = \bar{p} - \bar{P}, \quad \bar{p}'' = \bar{P} - \langle \bar{P} \rangle, \quad \langle \bar{P} \rangle = \langle \bar{\bar{p}} \rangle$$

$$\overline{u_i u_j} = \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle + \langle \bar{u}''_i \bar{u}''_j \rangle, \quad k = \frac{1}{2} \overline{u_j u_j}$$

$$\bar{\tau}_{ij} = \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad \bar{T}_{ij} = \bar{\tau}_{ij} = \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\tau'_{ij} = \bar{\tau}_{ij} - \bar{T}_{ij}, \quad \bar{T}''_{ij} = \bar{\tau}''_{ij} = \bar{T}_{ij} - \langle \bar{T}_{ij} \rangle$$

$$\varepsilon = \nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle$$

## 参考文献

- [1] Cowan, I.R. : Mass, Heat and Temperature Exchange between Stands of Plants and Their Atmospheric Environment, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., Vol.94, pp.523-544, 1968
- [2] Gibson, M.M. and Launder, B.E.: 1978, 'Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer', J. Fluid Mech. 86, 491-511.
- [3] Hanjalic, K. and Launder, B.E.: 1972, 'A Reynolds Stress Model of Turbulence and its Application to Thin Shear Flows', J. Fluid Mech. 52, 609-638.

- 
- [4] Inoue, E. : On the Turbulent Structure of Air-flow within Crop Canopy, J. Meteorol. Soc. Japan, Vol.41, pp.317-325, 1963
- [5] Kondo, J. and Akashi, S. : Numerical Studies on the Two-dimensional Flow in Horizontally Homogeneous Canopy Layers, Boundary-Layer Meteorol., Vol.10, pp.255-272, 1976
- [6] Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W.: 1975, 'Progress in the Development of a Reynolds-stress Turbulence Closure', J. Fluid Mech. 68, 537-566.
- [7] Raupach, M.R. and Shaw, R.H.: 1982, 'An Averaging Procedure for Flow within Vegetation Canopies', Boundary-Layer Meteorol. 22, 79-90.
- [8] Raupach, M.R., Coppin, P.A. and Legg, B.J.: 1986, 'Experiments on Scalar Distribution within a Model Plant Canopy, PART I: The Turbulence Structure', Boundary-Layer Meteorol., 35, 21-52.
- [9] Shaw, R.H. and Seginer, I.; 1987, 'Calculation of Velocity Skewness in Real and Artificial Plant Canopies', Boundary-Layer Meteorol. 39, 315-332.
- [10] Uno, I., Ueda, H. and Wakamatsu, S.: 1989, 'Numerical Modeling of the Nocturnal Urban Boundary Layer', Boundary-Layer Meteorol. 49, 77-98.
- [11] Wilson, J.D.: 1988, 'A Second-order Closure Model for Flow through Vegetation', Boundary-Layer Meteorol. 42, 371-392.
- [12] Wilson, N.R. and Shaw, R.H.: 1977, 'A Higher Order Closure Model for Canopy Flow', J. Appl. Meteorol. 16, 1197-1205.
- [13] Yamada, T.: 1982, 'A Numerical Model Study of Turbulence Airflow in and above a Forest Canopy', J. Meteorol. Soc. Japan 60, 439-454.
- [14] 井上 君男 : 耕地環境におけるエネルギーと物質の交換に関する農業気象学的研究、学位論文、1985
- [15] 村上、加藤、Launder, B.E., and 鈴木, 1988a, '層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染物拡散性状に関する研究(その6)', 生産研究, vol.40, 67-70.
- [16] 村上、加藤、Launder, B.E., and 鈴木, 1988a, '層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染物拡散性状に関する研究(その7)', 空気調和・衛生工学会学術講演会講演論文集, 717-720.

## 第6章 植物群落内乱流モデルの検証

### 1. はじめに

前章では、植物キャノピーや都市キャノピーのようにセル体積（差分格子）内に抵抗物体を有する流れの乱流モデルの作成を試みた。そこでは、平均化の定義を明確にし、平均流などの物理量の定義を正確に行なった。また、乱流モデルの作成の際に生じる完結問題に関しては、Launder *et al.*<sup>1, 2, 3)</sup>の半実験的方法を用いて、乱流モデルを完結させた。

この章では、前章で提示した乱流モデルの有効性を検討するために、乱流モデルの計算結果と実験データとの比較を行なう。モデルの検証に対して、1次元キャノピーの乱流場を選んだ。この選定の理由は、植物キャノピー流、都市キャノピー流どちらに関しても、1次元キャノピー流は基本的かつ典型的な流れ場であると考えられるためである。また、モデルは $(k-\epsilon)$ 2方程式モデルとレイノルズ応力方程式モデル（以後、RSM (Reynoldes Stress Equation Model) と略記する）、2つのモデルについて検討する。

〔表-1〕に示す $(k-\epsilon)$ モデルと、〔表-2〕に示すレイノルズ応力方程式モデル（RSM）を植物キャノピー乱流と都市キャノピー乱流に適用し、モデルの有効性を検証する。〔表-3〕に本研究で提示したモデルの係数値を示す。

### 2. 植物キャノピー内の1次元乱流場の解析

水平方向に一様で高さ方向のみ変化する、とうもろこし畑での流れの場の数値計算を行なった。計算結果は、Shaw *et al.*<sup>4, 5)</sup>の実験データおよびWilson, J.D.<sup>6)</sup>の実験データと比較された。計算に用いた境界条件と入力データを〔表-4〕と〔図-1〕に示す。〔図-1〕は葉面積密度のデータである。〔表-4. a〕はShaw *et al.*(1974)の実験との比較のための境界条件を示す。〔表-4. b〕はWilson, J.D.<sup>6)</sup>の実験との比較のための境界条件を示す。抗力係数の値に対しては、Wilson and Shaw<sup>7)</sup>およびWilson, J.D.<sup>6)</sup>に示されている値をそのまま用いた。計算は摩擦速度

( $u_*$ ) と植物高さ ( $H$ ) で無次元化して行った。本研究で導出したモデルでは、流体内部の抵抗物体による抗力の効果を示す係数  $C_{p,0}$  と  $C_{rr}$  が新たに生じている。これらの係数はどの程度の値を取るかを調べるために、係数  $C_{p,0}$  と  $C_{rr}$  を変化させ、どの程度の値が実験値と一致するかを調べた。

特徴長さスケール  $L$  は次式のように葉面積密度で表わした。

$$L \propto \frac{1}{a(z)}$$

また、レイノルズ応力方程式モデル (RSM) を数値計算で解く場合には、平均流の方程式に現われるレイノルズ応力項を次式で近似した。この近似は平均流の式を安定的に解くためである。

$$\frac{dG\overline{u_1u_3}}{dz} = (1-\alpha)\frac{dG\overline{u_1u_3}}{dz} + \alpha\frac{d}{dz}\left[v_t\frac{dG\langle\overline{U}(z)\rangle}{dz}\right]$$

係数  $\alpha$  は  $\alpha = 0.2$  とした。

RSMモデルを解く際に用いた変数配置を [図-2] に示す。レイノルズ応力のせん断成分は、セルの端 (セルとセルの境界) に、他の変数はセルの中心に配置した。領域の分割数は、Wilson and Shaw のデータに対しては、40 分割、wilson, J.D. のデータに対しては、20 分割とした。Wilson and Shaw の場合には、計算領域が  $2H$ 、wilson, J.D. の場合には、計算領域が  $H$  のためである。ここに、 $H$  は植物キャノピー高さである。

## (2. 1) Shaw *et al.*<sup>4, 5)</sup> の測定データとの比較

以下では、Shaw *et al.*<sup>4, 5)</sup> の測定データとの比較を行なう。[表-4. a] に計算に用いた境界条件と入力データ (抗力係数の値) を示す。抗力係数は、wilson and Shaw に記載されている数値をそのまま用いた。 ( $C_f = 0.2$ )

測定データは時間平均値のみであり、空間平均は行なわれていない。乱れのエネルギーに関しても空間変動成分は測定されていない。このような違いは、平均風速などの物理量の定義の違いが原因による。但し、Wilson and Shaw<sup>7)</sup> のモデルでは、

空間平均のみを行ない、時間平均は行なっていない。

#### (a) 従来のモデルとの比較

〔図－3〕に従来の $(k - \epsilon)$  2方程式モデルと本研究で示した $(k - \epsilon)$  2方程式モデルとの比較を示す。但し、従来の $(k - \epsilon)$  2方程式モデルに対しても平均流の方程式には葉群による抗力項を加えている。この抗力項がなければ、計算値は測定値とは全く異なった値となってしまう。〔図－3〕に示す、Case－2は従来の $k$ と $\epsilon$ の方程式を用いたものである。 $k$ と $\epsilon$ の方程式には抗力の効果は入っていない。Case－1は従来の $\epsilon$ の方程式を用い、 $k$ の方程式に対しては今回提示したモデルを用いたものである。Presentは本研究で提示したモデルである。測定データはShaw *et al.*<sup>4, 5)</sup>の平均流のデータである。○印は測定値を示す。係数に関しては、 $C_{p,\epsilon} = 1$ 、 $C_{rr} = 1$ とした。他の係数に関しては、従来用いられている値を採用した。本研究で示したモデルの方が実験データと良い対応があるのは明らかである。このことは、平均流の方程式や乱れのエネルギー式だけに抗力項を加えても測定データとの対応は得られず、 $\epsilon$ の方程式にも抗力項を加える必要があることを示している。

#### (b) $(k - \epsilon)$ モデルと測定データとの比較

〔図－4〕に係数 $C_{p,\epsilon}$ を変化させたときの、 $(k - \epsilon)$  モデルによる平均流の計算結果と測定データとの比較のグラフを示す。係数 $C_{rr}$ は平均流にはそれほど影響を及ぼさないため、〔図－4〕では $C_{rr} = 1$ とした。係数 $C_{p,\epsilon}$ は0.8から1.2で測定値と一致した。乱れのエネルギーの計算値と実測値を示す。

〔図－5〕は $(k - \epsilon)$  モデルにおいて、係数 $C_{p,\epsilon}$ の値を1とし、係数 $C_{rr}$ を変化させた場合の結果を示す。係数 $C_{rr}$ は次式を用い、 $C_{rr'}$ を変化させた。

$$C_{rr} = 1 + C_{rr'} \frac{a(z)}{\max[a(z)]}$$

〔図－5．a〕は平均流に関するものである。平均流に対しては、係数 $C_{rr'}$ の影響はなかった。〔図－5．b〕は乱れのエネルギーに関するグラフである。○印は流れ方向の乱れの成分の測定値、△印は上下方向の乱れの成分の測定値を示す。横



方向の乱れの成分と乱れのエネルギー（ $k$ ）の測定はなされていない。測定値は時間変動成分のみ（実際の乱流成分）のみであり、空間変動成分は含まれていない。乱れのエネルギーに関しては、係数 $C_{rr'}$ の効果は大きく、 $C_{rr'}=1$ 程度が測定値と一致した。

### （c） R S Mモデルと測定データとの比較

〔図－6〕はレイノルズ応力方程式モデル（R S M）での計算結果と測定データとの比較のグラフである。パラメータは〔図－5〕の（ $k-\epsilon$ ）モデルの場合と同じである。レイノルズ応力方程式モデルの結果は（ $k-\epsilon$ ）モデルの結果とはほぼ同じであった。

### （2. 2） Wilson, J.D.<sup>6)</sup>の測定データとの比較

以下では、Wilson, J.D.の測定データとの比較を行なう。但し、測定データは時間平均値のみであり、空間平均は行なわれていない。乱れのエネルギーに関しても空間変動成分は測定されていない。このような違いは、平均風速などの物理量の定義の違いが原因による。

〔図－7〕から〔図－9〕は、Wilson, J.D.<sup>6)</sup>の測定データと我々のモデルによる計算結果との比較のグラフである。Shaw *et al.*<sup>4, 5)</sup>の測定と同様に、Wilsonの測定もトムロコシ畑でのデータである。〔図－1〕に葉面積密度のデータを示す。〔表－4. b〕に計算に用いた境界条件と入力データ（抗力係数の値）を示す。抗力係数は、Wilson, J.D.<sup>6)</sup>に記載されている数値をそのまま用いた。（ $C_f=0.3$ ）

### （a） （ $k-\epsilon$ ）モデルと測定データとの比較

〔図－7〕に係数 $C_{p\epsilon}$ を変化させたときの、（ $k-\epsilon$ ）モデルによる平均流の計算結果と測定データとの比較のグラフを示す。係数 $C_{rr}$ は平均流にはそれほど影響を及ぼさないため、〔図－7〕では $C_{rr}=1$ とした。係数 $C_{p\epsilon}$ は0.8から1.2で測定値と一致した。乱れのエネルギーの計算値と実測値を示す。

〔図－8〕は（ $k-\epsilon$ ）モデルにおいて、係数 $C_{p\epsilon}$ の値を1とし、係数 $C_{rr}$ を変化させた場合の結果を示す。係数 $C_{rr}$ は次式を用い、 $C_{rr'}$ を変化させた。

$$C_{rr} = 1 + C_{rr'} \frac{a(z)}{\max[a(z)]}$$

〔図－8． a〕は平均流に関するものである。平均流に対しては、係数 $C_{rr'}$ の影響はなかった。〔図－8． b〕は乱れのエネルギーに関するグラフである。測定値は時間変動成分のみ（実際の乱流成分）のみであり、空間変動成分は含まれていない。乱れのエネルギーに関しては、係数 $C_{rr'}$ の効果は大きく、 $C_{rr'}=1$ 程度が測定値と一致した。

#### （b） R S Mモデルと測定データとの比較

〔図－9〕はレイノルズ応力方程式モデル（R S M）での計算結果と測定データとの比較のグラフである。パラメータは〔図－5〕の $(k - \epsilon)$ モデルの場合と同じである。レイノルズ応力方程式モデルの結果は $(k - \epsilon)$ モデルの結果とほぼ同じであった。

#### （2．3） まとめ

以上、本研究で提示したモデル乱流モデルでの計算結果と植物キャノピー流の測定データとの比較を行なった。結果は平均流に関しては良い一致が見られた。係数 $C_{p,\epsilon}$ の値は平均流の値に影響を及ぼすが、乱流拡散項の補正係数 $C_{rr}$ は平均流にはほとんど影響せず、乱れのエネルギーにのみ影響した。また、従来の流体成分のみの乱流モデルにおいて平均流の方程式だけに抗力項を加えても、上記に示したようなキャノピー流の予測は不可能であり、乱れのエネルギー式や、 $\epsilon$ の方程式にも抗力の効果を加える必要があることが明かとなった。

[ 表 - 1 ] (k-ε) model for Plant/Urban Canopy

(equation of continuity)

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_j} = 0$$

(equation of momentum)

$$\frac{\partial \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{P} \rangle}{\partial x_i} - \frac{1}{G} \frac{\partial G \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} - Fr_i$$

(equation of turbulent energy)

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle k}{\partial x_j} = P + F_k - \varepsilon + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ v_t \frac{C_T}{\sigma_t} \frac{\partial G k}{\partial x_j} \right]$$

(equation of energy dissipation)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle \varepsilon}{\partial x_j} = \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [C_{1\varepsilon} P + C_{2\varepsilon} F_k - C_{2\varepsilon} \varepsilon] + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial G \varepsilon}{\partial x_j} \right]$$

(Reynolds stress)

$$\overline{u_i u_j} = -\frac{v_t}{G} \left[ \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

(eddy viscosity)

$$v_t = C_D \frac{k^2}{\varepsilon}$$

(force from solid body))

$$Fr_i = a C f_i \langle \bar{U}_j \rangle^2$$

if only drag force

$$Fr_i = a C f \langle \bar{U}_i \rangle \left[ \langle \bar{U}_j \rangle^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

,where

$$P = -\frac{\overline{u_i u_j}}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j}, \quad F_k = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L}, \quad F_k = \langle \bar{U}_j \rangle Fr_j$$

L is characteristic length scale of wake.

[ 表 - 2 ] RSM model for Plant/Urban Canopy

(equation of continuity)

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_j} = 0$$

(equation of momentum)

$$\frac{\partial \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_k} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{P} \rangle}{\partial x_i} - \frac{1}{G} \frac{\partial G \overline{u_i u_k}}{\partial x_k} - Fr_i$$

(equation of Reynolds stress)

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = P_{ij} + F_{ij} + \Pi_{ij} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} + D_{ij}$$

(equation of energy dissipation)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_k \rangle \varepsilon}{\partial x_k} = \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [C_{1\varepsilon} P + C_{\mu\varepsilon} F_\varepsilon - C_{2\varepsilon} \varepsilon] + D_\varepsilon$$

, where

$$P_{ij} = -\frac{\overline{u_i u_k}}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_k} - \frac{\overline{u_j u_k}}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_k}, \quad P = \frac{1}{2} P_{jj}$$

$$\Pi_{ij} = \phi_{ij}^1 + \phi_{ij}^2 + \phi_{ij}^{\omega 1} + \phi_{ij}^{\omega 2}$$

$$\phi_{ij}^1 = -C_{1\pi} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right], \quad \phi_{ij}^2 = -C_{2\pi} \left[ P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right]$$

$$\phi_{ij}^{\omega 1} = C_{1\pi} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_k u_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} n_k n_j - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j} n_k n_i \right] \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_{\omega x_n} \varepsilon}$$

$$\phi_{ij}^{\omega 2} = C_{2\pi} \left[ \phi_{km}^2 n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik}^2 n_k n_j - \frac{3}{2} \phi_{jk}^2 n_k n_i \right] \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_{\omega x_n} \varepsilon}$$

$$F_{ij} = \langle \bar{U}_j \rangle Fr_i + \langle \bar{U}_i \rangle Fr_j, \quad D_\varepsilon = \frac{C_\varepsilon}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \overline{u_k u_l} \frac{\partial G \varepsilon}{\partial x_l} \right]$$

$$D_{ij} = \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ C_s C_{rr} \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \overline{u_k u_l} \frac{\partial G \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right], \quad F_\varepsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L}$$

[表 - 3] モデル定数

$C_D$	$\sigma_t$	$\sigma_\epsilon$	$C_{1\epsilon}$	$C_{2\epsilon}$	$C_{1\pi}$	$C_{2\pi}$	$C_s$	$C_\epsilon$	$C'_{1\pi}$	$C'_{2\pi}$	$C_w$
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92	1.8	0.6	0.25	0.11	0.5	0.3	0.25

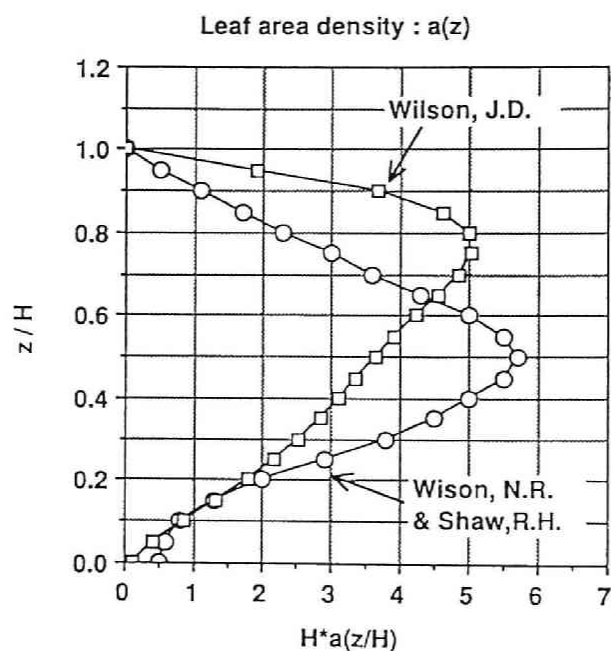


図 - 1 葉面積密度

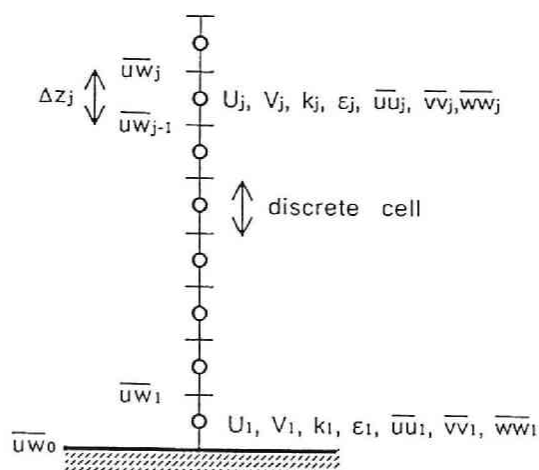


図 - 2 計算領域の離散化と変数配置

[表 - 4. a] 植物キャノピー境界条件  
(Wilson and Shaw のデータ)

Boundary conditions for plant canopy flow (Wilson and Shaw, 1977)

$$z^*=2 : \overline{U}/u_* = 6.85, \quad \overline{u_1^2}/u_*^2 = 3.5, \quad \overline{u_2^2}/u_*^2 = \overline{u_3^2}/u_*^2 = 1.5, \\ \overline{u_1 u_3}/u_*^2 = -1, \quad k/u_*^2 = 3.25, \quad d\epsilon^*/dz^* = 0$$

$$z^*=0 : \overline{U}/u_* = 0, \quad \overline{u_1^2}/u_*^2 = 3.5C, \quad \overline{u_1 u_3}/u_*^2 = -C, \\ \overline{u_2^2}/u_*^2 = \overline{u_3^2}/u_*^2 = 1.5C, \quad k/u_*^2 = 3.25C$$

for  $\epsilon$ , at  $z^* = \Delta z^*/2$  :

$$\epsilon^*(0.5\Delta z^*) = C_D^{3/4} \frac{k^*{}^{3/2}}{0.4 \frac{\Delta z}{2}}$$

$C_f = 0.2$

where

$$C = \left[ \frac{0.4 U(0.5\Delta z)/u_*}{\log(0.5\Delta z/z_0)} \right]^2, \quad \epsilon^* = \frac{\epsilon}{u_*^3/H}, \quad k^* = \frac{k}{u_*^2}$$

$$z^* = z/H, \quad \Delta z^* = \Delta z/H = 0.05, \quad z_0/H = 0.01$$

$H$  : canopy height,  $u_*$  : friction velocity

$\Delta z$  : width of finite difference cell,  $z_0$  : roughness height

[表 - 4. b] 植物キャノピー境界条件  
( Wilson, J. D. のデータ )

Boundary conditions for plant canopy flow (Wilson, J.D., 1988)

---


$$z^*=1 : \langle \bar{U} \rangle / u_* = 3.04, \quad \overline{u_1^2} / u_*^2 = 4.24, \quad \overline{u_2^2} / u_*^2 = 2.72, \\ \overline{u_3^2} = 1.28, \quad k / u_*^2 = 4.12, \quad \overline{u_1 u_3} / u_*^2 = -1, \quad d\epsilon^* / dz^* = 0$$

$$z^*=0 : \langle \bar{U} \rangle / u_* = 0, \quad \overline{u_1^2} / u_*^2 = 3.5C, \quad \overline{u_2^2} / u_*^2 = \overline{u_3^2} / u_*^2 = 1.5C, \\ \overline{u_1 u_3} / u_*^2 = -C, \quad k / u_*^2 = 2.5C, \quad d\epsilon^* / dz^* = 0$$

for  $\epsilon$ , at  $z^* = \Delta z^* / 2$  :

$$\epsilon^*(0.5\Delta z^*) = C_D^{3/4} \frac{k^{*3/2}}{0.4 \frac{\Delta z^*}{2}}$$

$C_f = 0.3$

---

where

$$C = \left[ \frac{0.4 \langle \bar{U}(0.5\Delta z) \rangle / u_*}{\log(0.5\Delta z / z_o)} \right]^2, \quad \epsilon^* = \frac{\epsilon}{u_*^3 / H}, \quad k^* = \frac{k}{u_*^2}$$

$$z^* = z/H, \quad \Delta z^* = \Delta z/H = 0.05, \quad z_0/H = 0.01$$

$H$  : canopy height,  $u_*$  : friction velocity

$\Delta z$  : width of finite difference cell,  $z_0$  : roughness

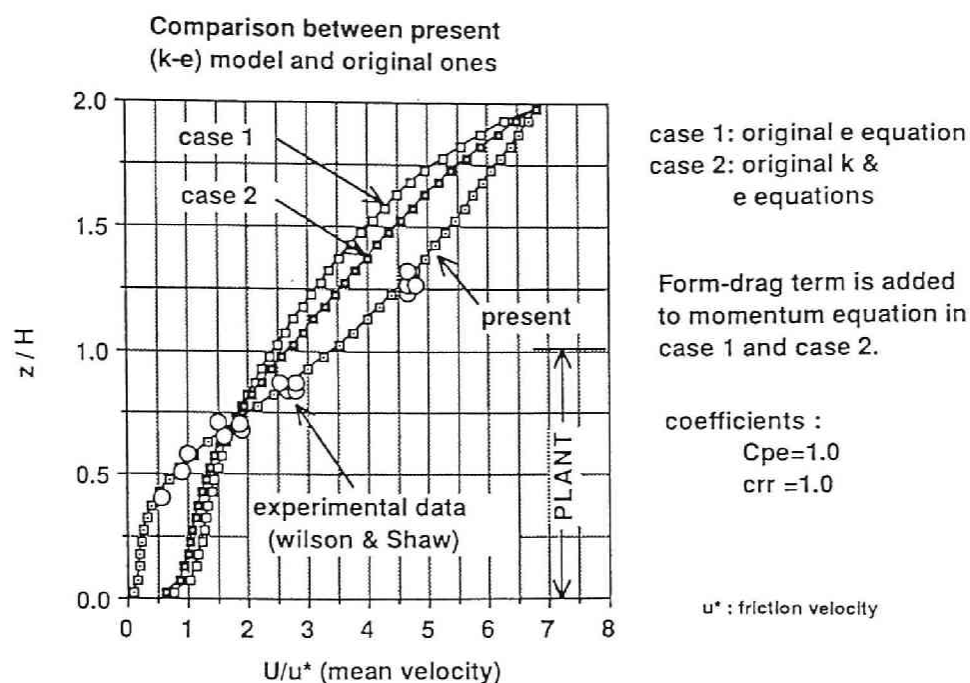


図-3. a 元来の (k-ε) モデルとの比較 (平均風速)

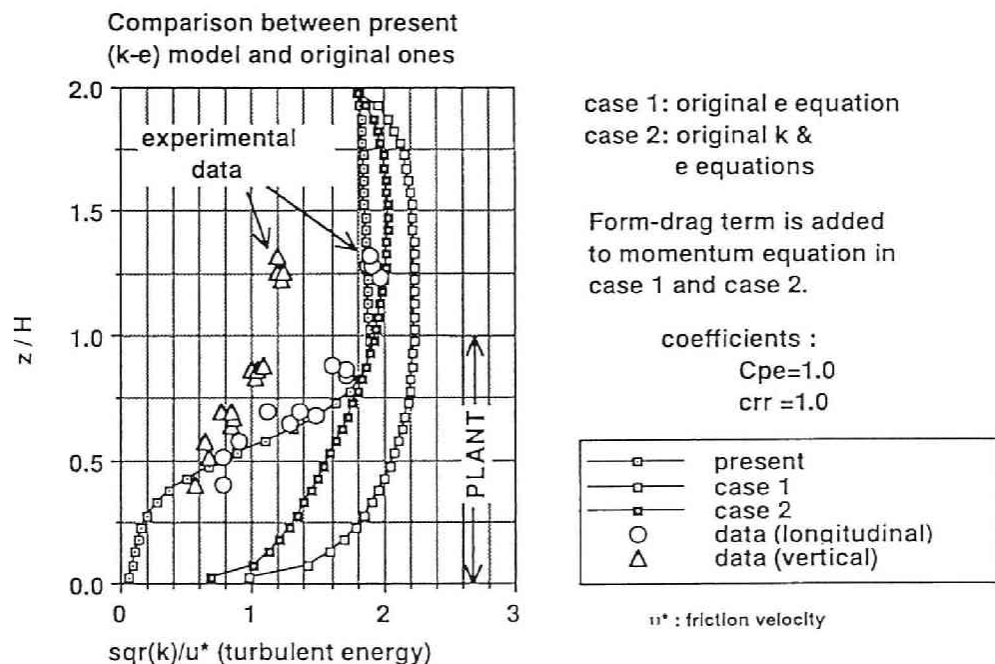


図-3. b 元来の (k-ε) モデルとの比較 (乱れのエネルギー)



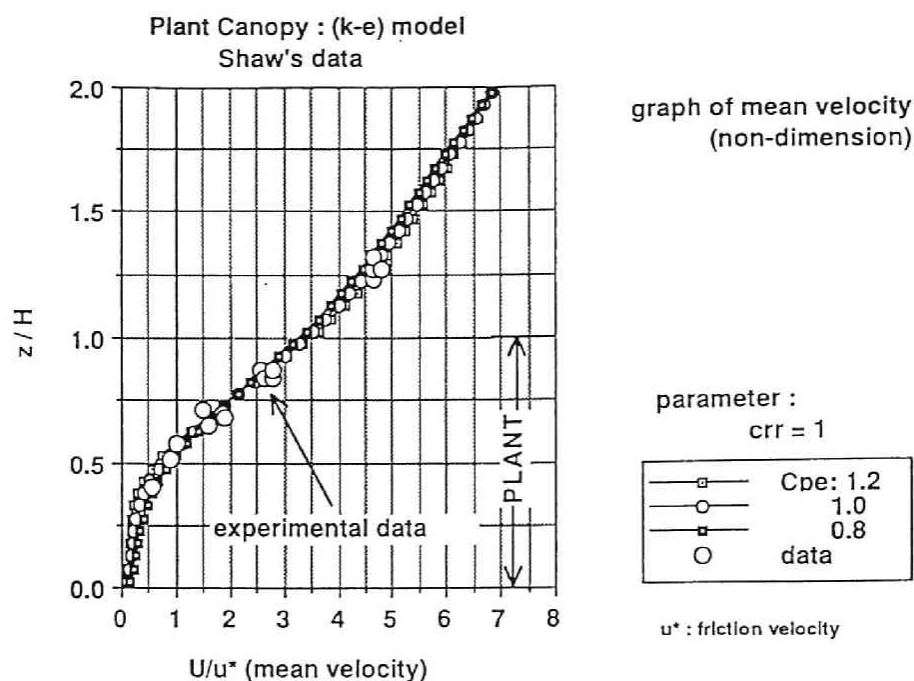


図 - 4 . a (k-ε) モデルの結果 (Wilson and Shaw のデータ  
(植物キャノピー, 平均風速;  $C_{pe}$  を変化させる)

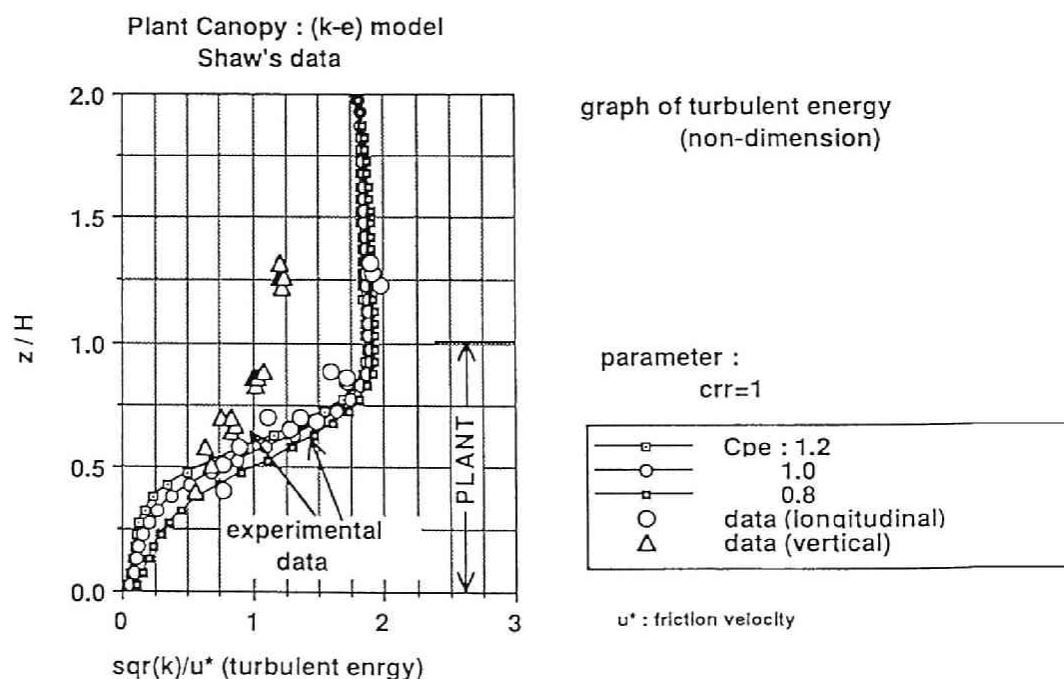


図 - 4 b (k-ε) モデルの結果 (乱れのエネルギー)

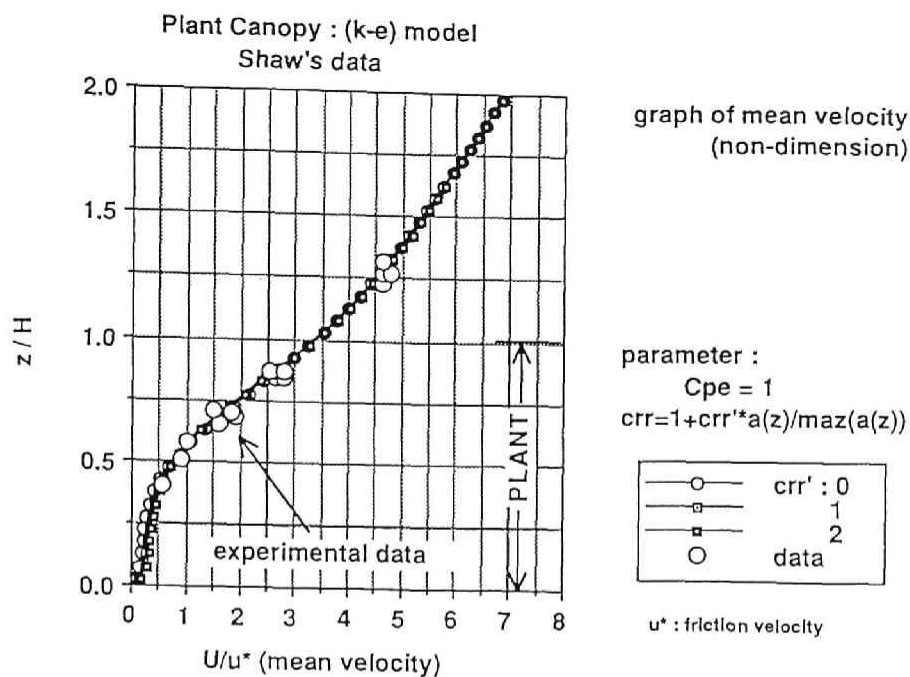


図-5. a (k-ε) モデルの結果 (Wilson and Shaw のデータ)  
(植物キャノピー, 平均風速; Crr を変化させる)

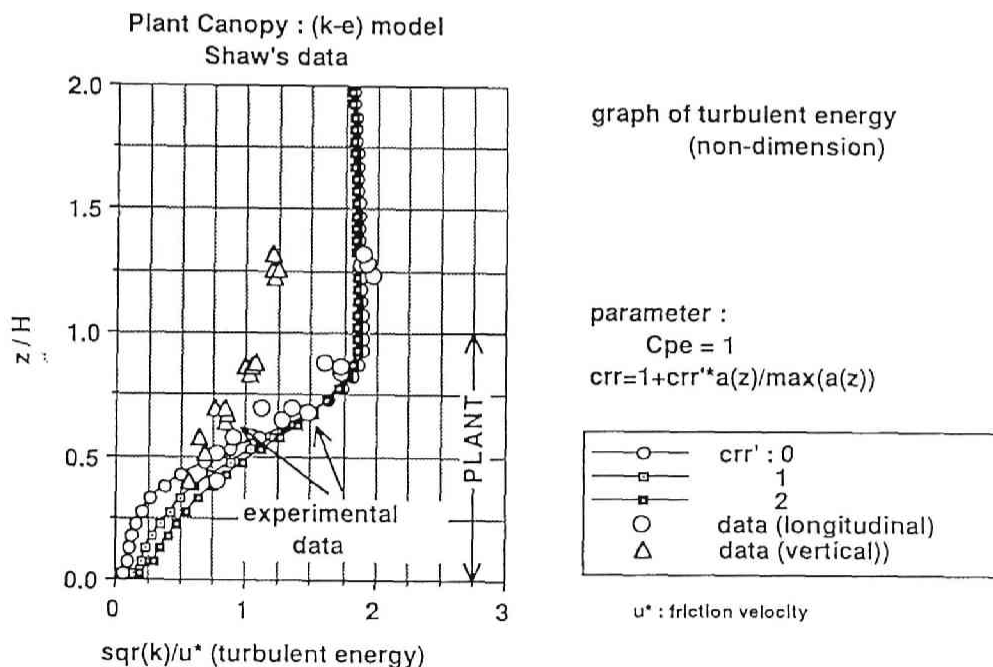


図-5 b (k-ε) モデルの結果 (乱れのエネルギー)

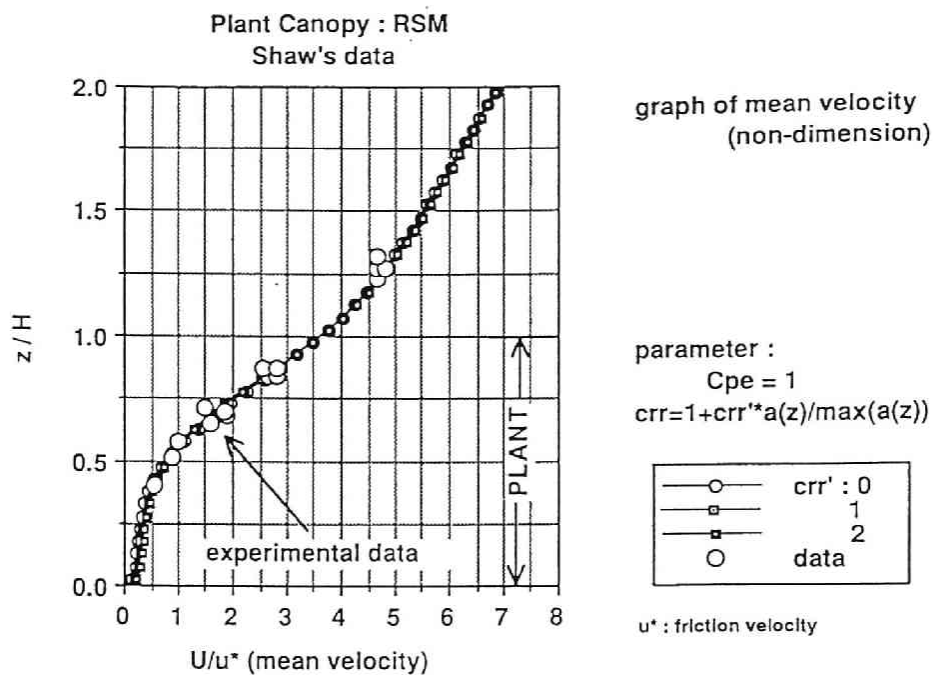


図-6. a RSMモデルの結果 (Wilson and Shaw のデータ)  
(植物キャノピー, 平均風速;  $C_{rr}$  を変化させる)

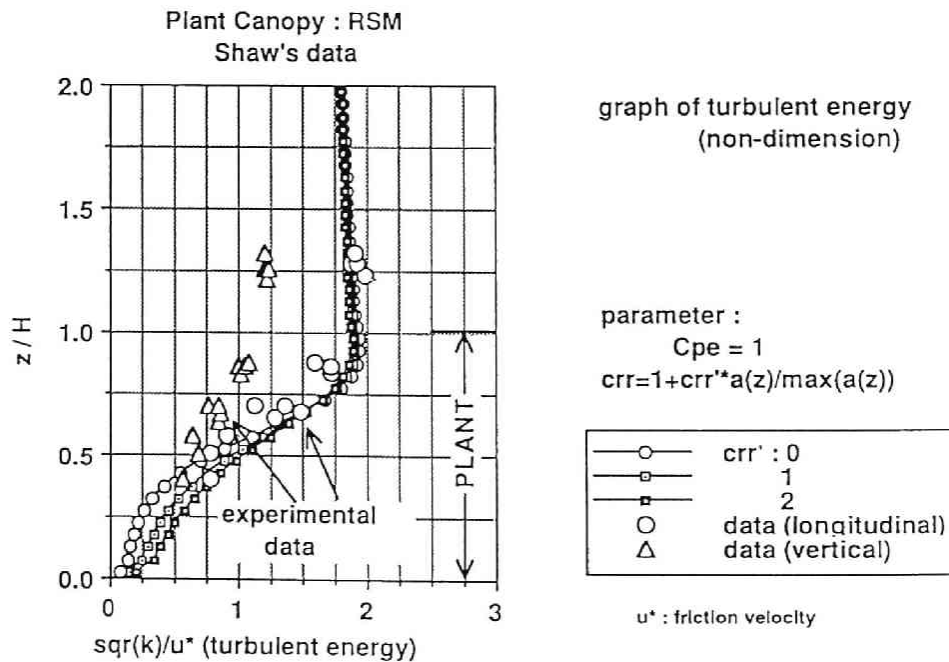


図-6. b RSMモデルの結果 (乱れのエネルギー)

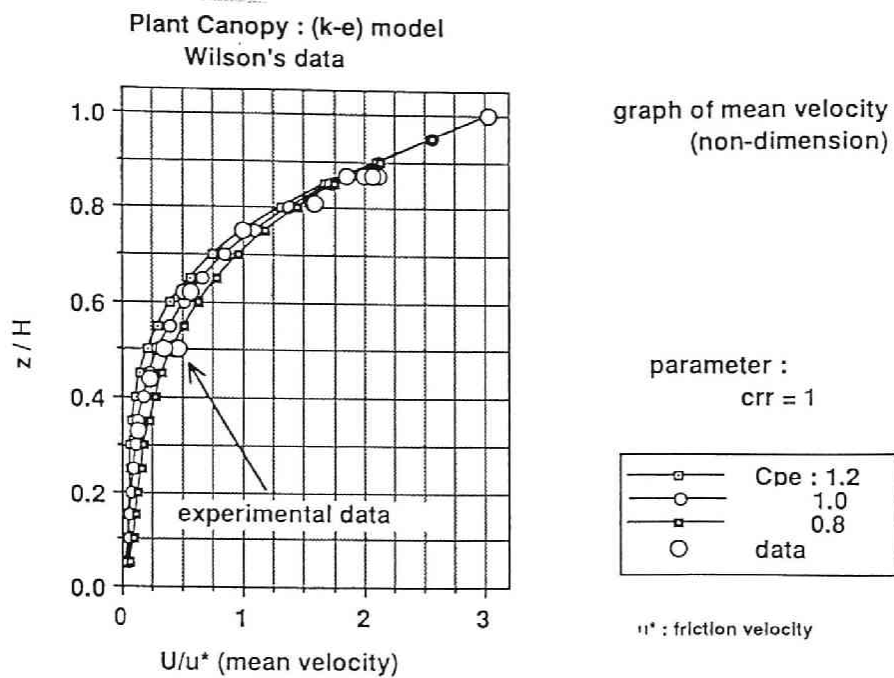


図-7. a (k-ε)モデルの結果 (Wilson, J. D. のデータ)  
(植物キャノピー, 平均風速;  $C_{pe}$ を変化させる)

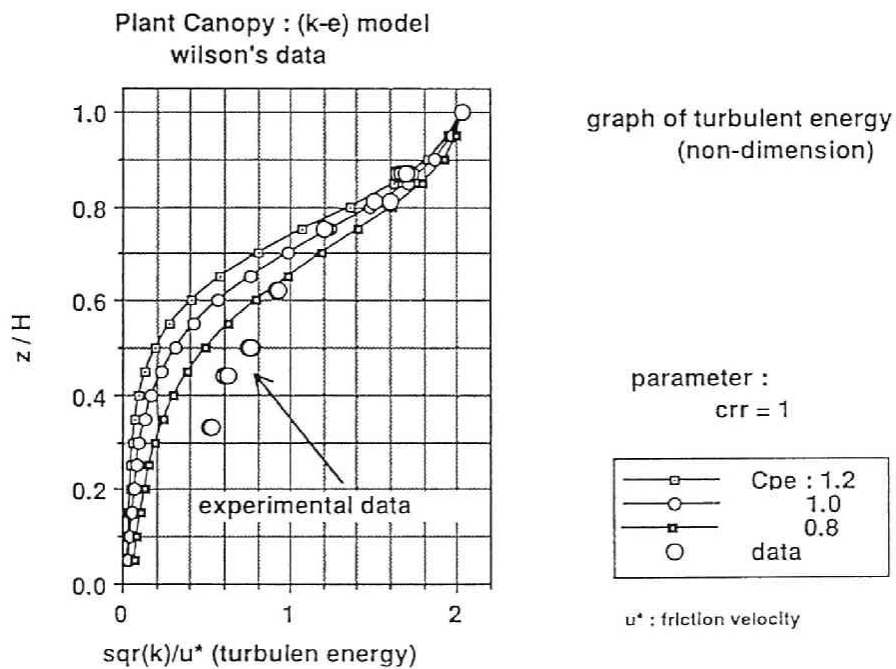


図-7 b (k-ε)モデルの結果 (乱れのエネルギー)

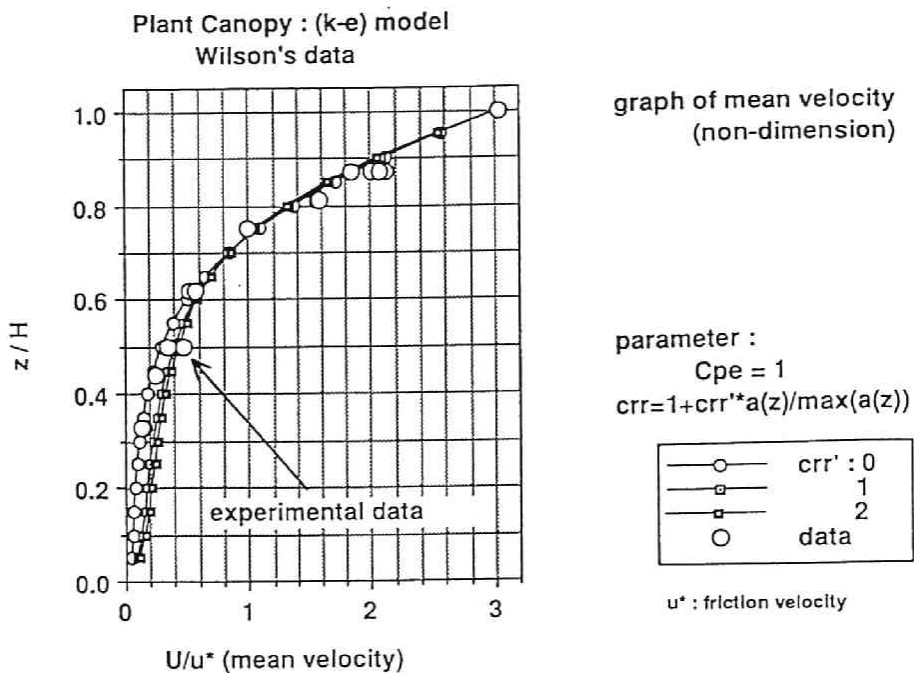


図 - 8 . a (k - ε) モデルの結果 (Wilson, J. D. のデータ)  
(植物キャノピー, 平均風速; Crr を変化させる)

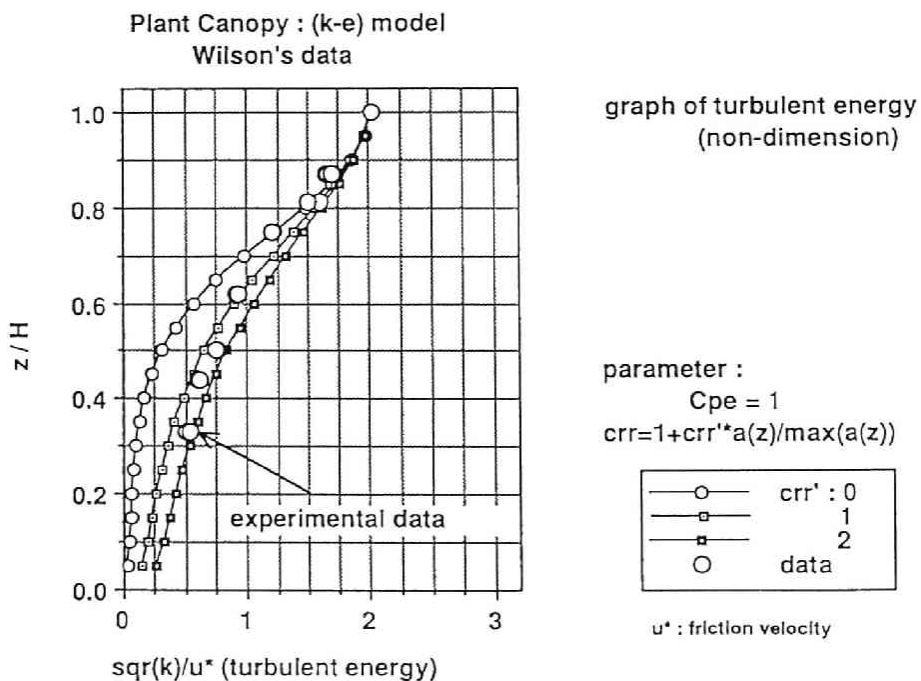


図 - 8 . b (k - ε) モデルの結果 (乱れのエネルギー)

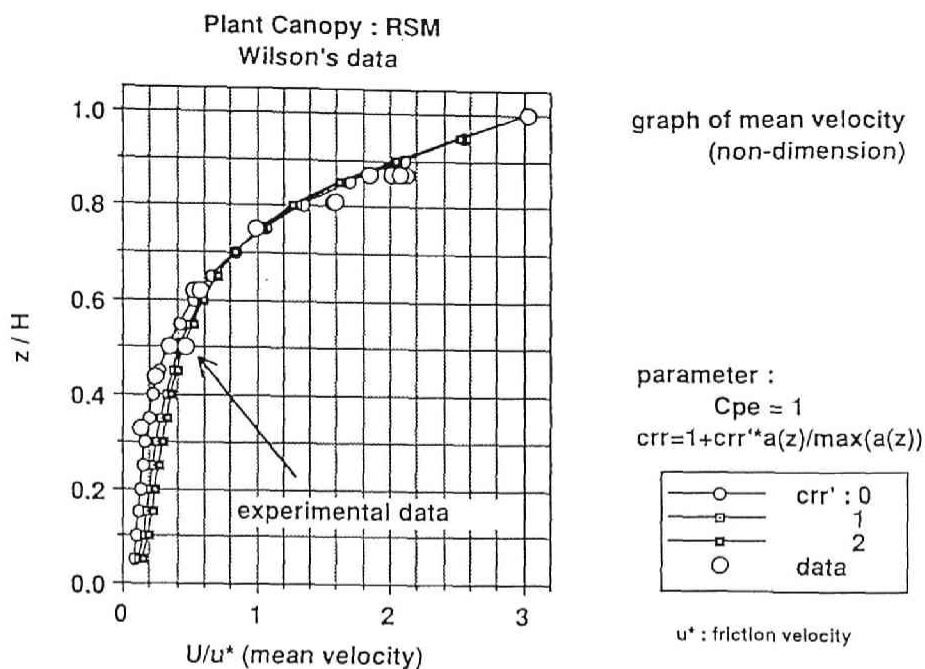


図-9. a RSMモデルの結果 (Wilson, J. D. のデータ)  
(植物キャノピー, 平均風速;  $C_{rr}$  を変化させる)

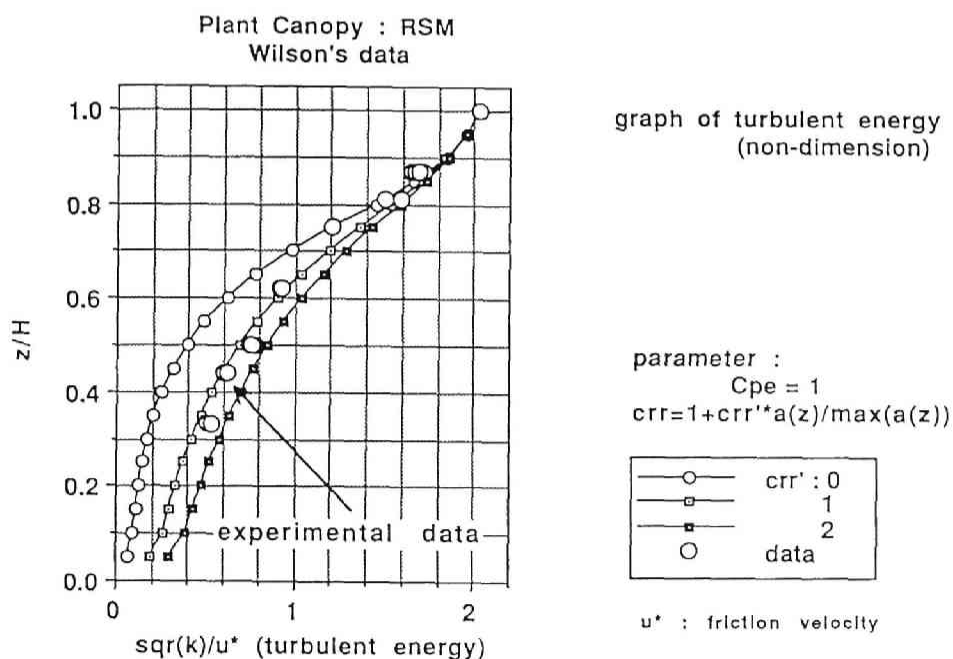


図-9 b RSMモデルの結果 (乱れのエネルギー)

### 3. 都市キャノピー内の1次元乱流場の解析

#### (3. 1) 数値実験の概要

〔図-10〕に示すような、建物が規則的に配置された市街地空間での流れの場の数値計算を行なった。〔図-10〕に示した3次元空間を $(k-\epsilon)$ 2方程式モデルを用いて計算した結果を、比較のための実験データとして利用した。〔図-11〕は3次元数値実験に用いたメッシュ分割を示す。〔図-11. a〕は平面のメッシュ分割、〔図-11. b〕は断面のメッシュ分割を示す。計算領域は、高さに関しては建物高さの5倍の高さを上端の境界条件とした。数値実験に用いた境界条件を〔表-5〕に示す。上端の境界で平均風速を指定し、断面境界ではすべての変数に対して周期境界条件を与えた。このようにして得られた3次元データを、各高さについて流体部分の水平面内で平均したものを、本研究で提示したモデルの検証のための実験データとした。(3次元計算の詳細に関しては、第9章参照)。

3次元数値シミュレーションに対して、 $(k-\epsilon)$ 2方程式モデルを用いた理由は、以下の点を考慮したためである。

1. 現在もっとも精度のよいシミュレーション方法としてLES (large eddy simulation) があるが、キャノピー内部の乱流場に対して、実験データに頼らずにLESモデルの検証を行なうことが困難である点。

2. 本研究で示したモデルは、モデルの作成段階からLESのような瞬時瞬時の乱れの空間分布を必要とするようなモデル化を行っていない。アンサンブル平均した流れの場のデータに基づいてモデルを検証する方法を採用した点。

3. 現時点では、レイノルズ応力方程式モデルが確立していない点。

検証用のデータを得るための数値シミュレーション方法としてLESモデルを使用する際には、次のような問題点が生じる。LESモデルが成り立たないほど粗なメッシュ分割を行なった場合、 $(k-\epsilon)$ モデルやRSMモデルより精度が優れている保証はない。小さなスケール(大きい波数)の乱れが等方的であり、エネルギースペクトルが $5/3$ 乗則に従うところまでメッシュ分割を小さくする必要がある。この条件が検証されない限り、LESの精度の良さは保証されない。これは、実験により確かめる以外に方法はない。LESの計算結果を実験データとの対応なしに検証しようとするれば、小さなスケール(大きい波数)の乱れが等方的であり、エネル

ギースベクトルが5/3乗則に従うことを検証する必要がある。これには2つの方法が考えられる。1つは、Taylorの凍結渦の仮定を用いて波数の代わりに周波数成分を調べる。もう1つは、波数成分を直接調べる。キャノピー内ではTaylorの凍結渦の仮定が成り立つかどうか明らかでない。波数成分を調べるには、乱流成分の空間相関がゼロになる範囲を捜し出す必要がある。このような範囲が見つければ、その領域内でフーリエ変換を行ない、波数に関して等方性が成り立っているか、また5/3乗則が成立しているか調べればよい。しかし、このような領域を見つけだすことは困難と考えられる。キャノピー内では、渦(wake)のスケールは抵抗物体(本研究ではモデル化された建物)と同じオーダーであるためである。結局、キャノピー流でのLESの精度を検証するには実験による以外に方法はないと判断した。

( $k-\epsilon$ )モデルを用いても平均流に関しては、比較的信頼性がある。ただ、乱れのエネルギーに関しては定量的な信頼性はなく、定性的な判定のみ可能である。現時点では、乱れのエネルギーの定量的な検証を必要とするほどではない。

以上のような理由から、モデルの検証用の数値シミュレーションとして( $k-\epsilon$ )2方程式モデルを用いた。

形状抵抗係数(抗力係数) $Cf_i$ は、壁面上での圧力とレイノルズ応力との値から、各高さでの建物からの抗力 $F_{r_i}(z)$ を計算し、次式を用いて形状抵抗係数 $Cf_i$ を求めた。

$$F_{r_i}(z) = Cf_i(z) \cdot a(z) \cdot \left\langle \bar{U}_j(z) \right\rangle^2 \frac{\left\langle \bar{U}_i(z) \right\rangle}{\left\langle \bar{U}_i(z) \right\rangle} \quad (i: \text{no summation})$$

但し、

$$a(z) = \frac{0.5 \cdot (\text{length of building perimeter})}{\text{area of air part}} \quad \text{at height } z$$

上記の $a(z)$ は植物群落の場合には、葉面積密度に相当する。

〔図-12〕、〔図-13〕に3次元数値実験から得られた形状抵抗係数 $Cf_i$ および $Cf$ の高さ方向の分布を示す。〔図-12〕は上層の風向が建物に直角な場合のグラフである。この場合には形状抵抗係数はスカラー量(抗力係数)である。〔図-13〕は上層風が建物に対して22.5度の角度から吹く場合のものである。形状抵



抗係数はベクトル量になる。x-成分、y-成分の方向に関しては、[図-11. a] 参照。

### (3. 2) 数値実験データとの比較

[表-1]、[表-2] に示す、本研究で提示した乱流モデルに、[図-12] と [図-13] に示した建物による形状抵抗係数のデータを組み込み、計算を行った。計算に用いた境界条件を [表-6] に示す。また、渦 (wake) の特徴長さ  $L$  を次式とした。

$$L = \frac{1}{a(z)} = \frac{\text{area of air part}}{0.5 \cdot (\text{length of building perimeter})}$$

レイノルズ応力方程式モデル (RSM) を数値計算で解く場合には、植物キャノピー流の場合と同様に、数値計算上の不安定性をさけるため、平均流の方程式に現われるレイノルズ応力を次式で近似した。

$$\frac{dG\overline{u_i u_j}}{dz} = (1-\alpha) \frac{dG\overline{u_i u_j}}{dz} + \alpha \frac{d}{dz} \left[ \nu_t \frac{dG\langle \overline{U_i}(z) \rangle}{dz} \right]$$

ここで、 $i=1, 2$ 。  $\alpha=0.2$  とした。

RSMモデルを解く際の変数配置は、植物キャノピーの場合と同様である。[図-2] に変数配置を示す。計算領域の分割数は、40分割である。

#### (a) 風向が0度の場合

[図-14] に風向が0度の時の数値実験と、今回提示した1次元 ( $k-\epsilon$ ) モデルでの計算結果との比較を示す。パラメータは  $\epsilon$  の方程式に現われる係数  $C_{p\epsilon}$  である。乱流拡散項の補正係数  $C_{\pi}$  は平均流にはそれほど影響を及ぼさないため、 $C_{\pi}=1$  としている。○印は平均風速の数値実験値を示す。  $C_{p\epsilon}=10$  程度で、実験値と計算値は比較的良く一致している。

[図-15] に風向が0度の時の数値実験と、今回提示した1次元RSMモデルでの計算結果との比較を示す。パラメータやその他の条件は、[図-14] の場合

と同じである。(k-ε)モデルの場合と同様に、 $C_{p,\epsilon} = 10$ 程度で、実験値と計算値は比較的良く一致している。また、(k-ε)モデルとRSMモデルとはほとんど同じ計算結果になっている。

〔図-16〕と〔図-17〕は係数 $C_{p,\epsilon}$ を10に固定し、補正係数 $C_{rr}$ を変化させた場合のグラフである。〔図-16〕は(k-ε)モデルの結果を示す。〔図-17〕はRSMモデルの結果を示す。補正係数 $C_{rr}$ はキャノピー内部で、

$$C_{rr} = 1 + C_{rr}'$$

とし、実際には $C_{rr}'$ を変化させた。

〔図-16. a〕と〔図-17. a〕は平均流のグラフである。補正係数 $C_{rr}'$ は平均流にはそれほど影響を与えていない。

〔図-16. b〕と〔図-17. b〕は乱れのエネルギーのグラフを示す。○印は乱れのエネルギーの数値実験値を表わす。小さい○印は乱れのエネルギーのうち、時間変動成分(実際の乱流成分)を示す。+印は、乱れのエネルギーのうち、空間変動成分(dispersive part)を示す。空間変動成分の乱れのエネルギーは、建物上端部で大きくなっている。その結果、乱れのエネルギーも建物上端部で突出している。

計算結果は、(k-ε)モデル、RSMモデルともに、補正係数 $C_{rr}'$ を10程度にすれば、定性的には、数値実験値と一致した。しかし、これ以上に補正係数の値を増加させると、キャノピー上層の空気層の乱れのエネルギーのパターンが変化し、数値実験データの示すパターンと異なってきた。この傾向は、(k-ε)モデルにおいて顕著であった。

#### (b) 風向が22.5度の場合

〔図-18〕に風向が22.5度のときの1次元(k-ε)モデルによる平均風速の計算結果と数値実験データとの比較を示す。○印と△印は数値実験データを示す。○印(U)は平均流のx-成分、△印(V)はy-成分を表わす。パラメータはεの方程式に現われる係数 $C_{p,\epsilon}$ である。補正係数 $C_{rr}$ は平均流にはそれほど影響を及ぼさないため、 $C_{rr} = 1$ とした。係数 $C_{p,\epsilon}$ を変化させ、どの程度の値が実験値と一致するかを調べた。 $C_{p,\epsilon} = 10$ 程度で、実験値と計算値とは比較的良く一致した。この

値は風向が0度の場合と同じ値である。

〔図-19〕に風向が22.5度ときの1次元RSMモデルによる平均風速の計算結果と数値実験データとの比較を示す。パラメータおよびその他の条件は〔図-18〕の $(k-\epsilon)$ モデルの場合と同じである。 $C_{p,\epsilon}=10$ 程度で、実験値と計算値とは比較的良く一致した。 $(k-\epsilon)$ モデルとRSMモデルとの違いはほとんどなかった。

〔図-20〕と〔図-21〕は係数 $C_{p,\epsilon}$ を10に固定し、補正係数 $C_{rr}$ を変化させた場合のグラフである。〔図-20〕は $(k-\epsilon)$ モデルの計算結果を示す。図-19はRSMモデルの計算結果を示す。

〔図-20. a〕と〔図-21. a〕は平均流のグラフである。補正係数 $C_{rr}$ は平均流にはそれほど影響を与えていない。〔図-20. b〕と〔図-21. b〕は乱れのエネルギーの結果を示す。乱れのエネルギーに関しては、補正係数 $C_{rr}$ の影響が大きい。 $C_{rr}=10$ 程度にすれば、定性的には実験データと一致する。これは、風向が0度の場合と同じである。

### (3.3) まとめ

以上、都市キャノピー乱流に対して、本研究で提示した乱流モデルの適用を試みた。平均流に対しては計算値と実験値は一致した。 $\epsilon$ の方程式に現われる係数 $C_{p,\epsilon}$ は平均流のパターンに大きな効果をもつことが明らかになった。乱流拡散項の補正係数 $C_{rr}$ は平均流にはほとんど影響せず、乱れのエネルギーにのみ影響した。 $C_{rr}$ の値を変化させることにより、乱れのエネルギーをも数値実験データと定性的に一致させることができた。また、乱流モデルに現われる他の係数については、従来の流体成分のみの乱流モデルでの値を用いたが、それで十分であった。

都市キャノピー流と植物キャノピー流との間で、係数 $C_{p,\epsilon}$ の値に大きな違いが生じているが、この原因は抵抗物体によって作り出される渦(wake)のレンジスケールの取り方の任意性と空間平均以下の微細な乱流情報の違いに因ると考えられる。

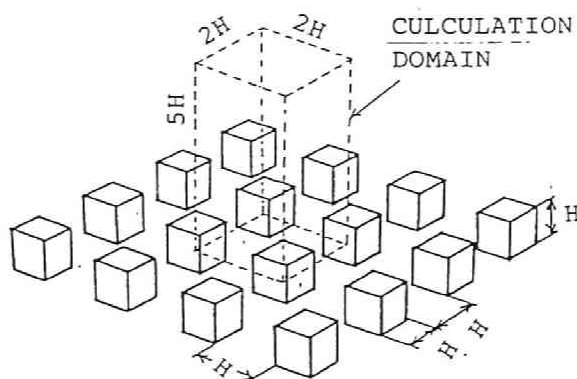


図-10 市街地モデル

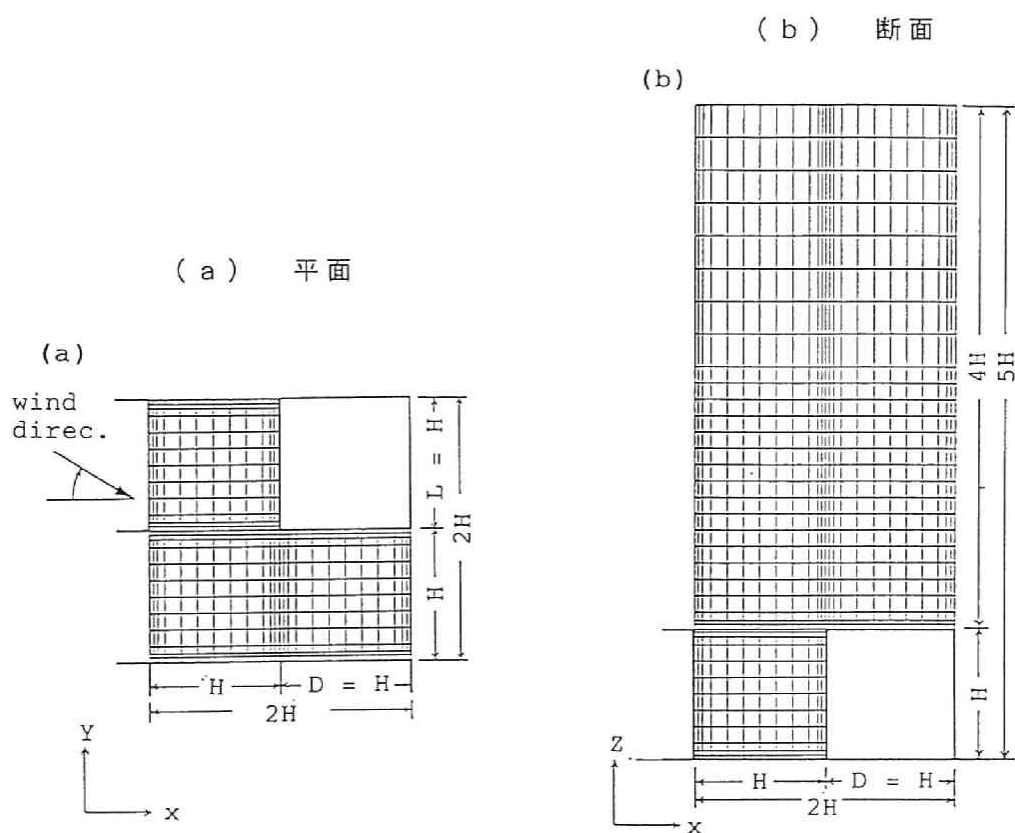


図-11 3次元数値シミュレーションのための領域分割  
( $H = D = L = 16 \text{ m}$ )

[表 - 5] 境界条件 (3次元数値シミュレーション)

Boundary conditions for three-dimensional simulation of model urban canopy flow

$z=5H$  :  $\bar{U}$  and  $\bar{V}$  are given,  $\bar{W}=0$ ,  $\bar{P}=0$ ,  $dk/dz=0$ ,  $d\varepsilon/dz=0$

Section : cyclic boundary condition for all variables

Ground, wall and roof : log-law

where  $H$  is building height ( $H=16$  m). At  $z=5H$ , the absolute wind velocity is 1 m/s.

On the boundary condition of ground, wall and roof,

(1) for mean velocity

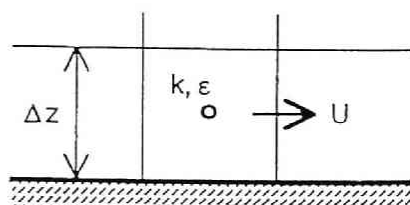
$$\tau(0)=\tau(0.5\Delta z)=-\rho(0.5\Delta z)\frac{\bar{U}(0.5\Delta z)}{0.5\Delta z\log(0.5\Delta z/z_0)}$$

(2) for turbulent energy

$$\left.\frac{\partial k}{\partial z}\right|_{z=0}=0$$

(3) for energy dissipation rate

$$\varepsilon(0.5\Delta z)=\frac{C_D^{3/4}k^{3/2}(0.5\Delta z)}{0.4\frac{\Delta z}{2}}$$



,where  $0.5\Delta z$  is the distance from the solid surface to the center of the cell.  
 $z_0$  is a roughness height ( $z_0=0.01$  m).  $\tau$  is shear stress.

[表 - 6] 都市キャノピー境界条件

Boundary conditions for model urban canopy flow

$z=2H$  :  $\langle \bar{U} \rangle$ ,  $\langle \bar{V} \rangle$ ,  $k$  and Reynolds stresses are given.  $d\varepsilon/dz=0$ .

$z=0$  : log-law

-141-

(B) RSM model

(1) for mean velocity and shear stress

$$\overline{u_i u_j}(0) = -C_D \frac{k^2(0.5\Delta z)}{\varepsilon(0.5\Delta z)} \frac{\langle \bar{U}_i(0.5\Delta z) \rangle}{0.5\Delta z \log(0.5\Delta z/z_0)}, \quad (i=1,2)$$

(2) for normal stress

$$\frac{d\overline{u_1 u_1}}{dz} = \frac{d\overline{u_2 u_2}}{dz} = \frac{d\overline{u_3 u_3}}{dz} = 0, \quad \text{at } z=0$$

(3) for energy dissipation rate

$$\varepsilon(0.5\Delta z) = \frac{C_D^{3/4} k^{3/2}(0.5\Delta z)}{0.4 \frac{\Delta z}{2}}$$

(A) (k- $\varepsilon$ ) model

(1) for mean velocity

$$\overline{u_i u_j}(0) = \overline{u_i u_j}(0.5\Delta z) = -v_i(0.5\Delta z) \frac{\langle \bar{U}_i(0.5\Delta z) \rangle}{0.5\Delta z \log(0.5\Delta z/z_0)}, \quad (i=1,2)$$

(2) for turbulent energy

$$\left. \frac{\partial k}{\partial z} \right|_{z=0} = 0$$

(3) for energy dissipation rate

$$\varepsilon(0.5\Delta z) = \frac{C_D^{3/4} k^{3/2}(0.5\Delta z)}{0.4 \frac{\Delta z}{2}}$$

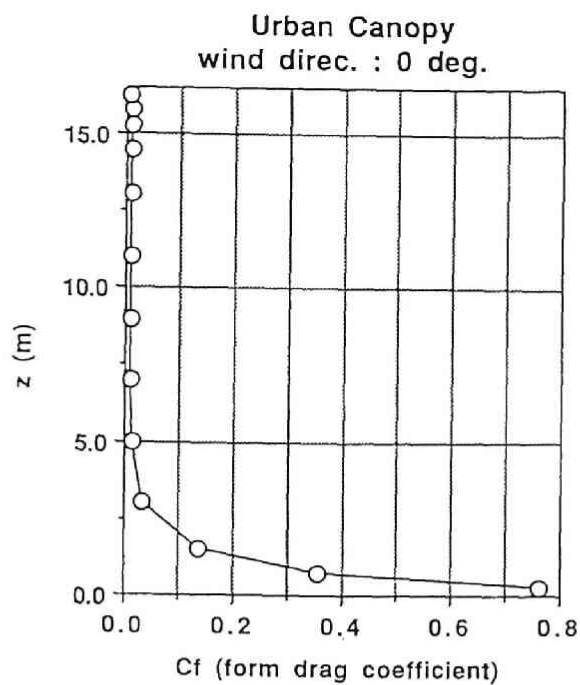


図 - 1 2 抗力係数 (上層風の風向 0 度)

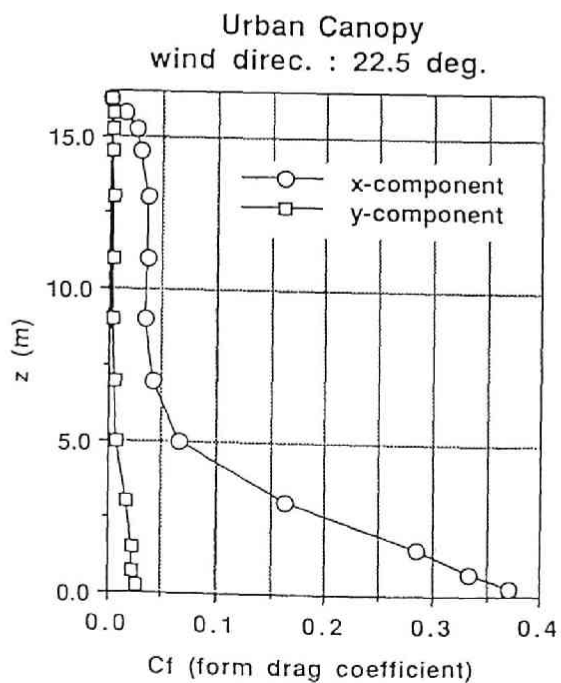
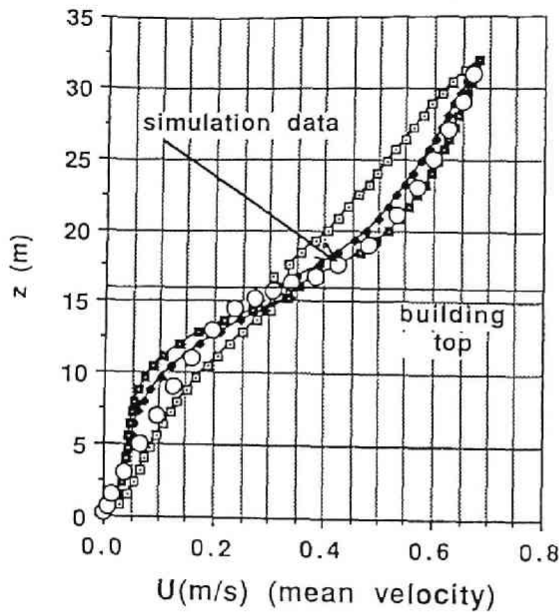


図 - 1 3 形状係数 (上層風の風向 22.5 度)

Urban Canopy : (k-e) model  
wind direction : 0 deg.



graph of mean velocity

parameter :  
 $crr' = 0$

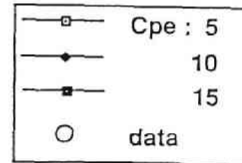
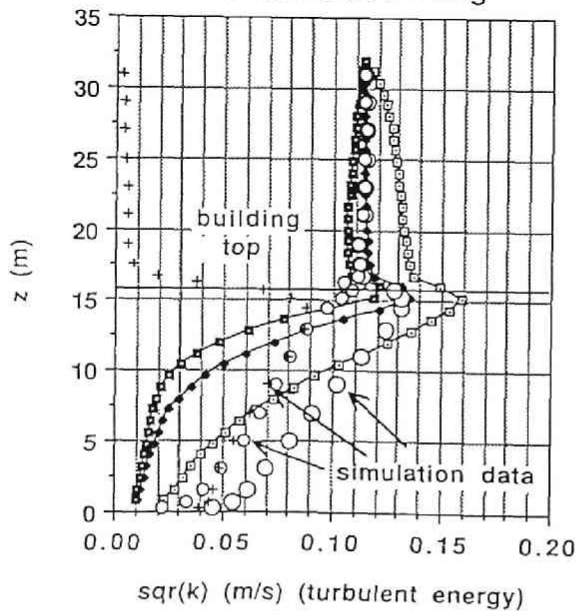


図-14. a 都市キャノピー : (k-ε) モデルの結果 (平均風速)  
(上層風の風向 0 度 ;  $C_{pe}$  を変化させる)

Urban Canopy : (k-e) model  
wind direction : 0 deg



graph of turbulent energy

k : turbulent energy  
k1 : turbulence part  
k2 : dispersive part

parameter :  
 $crr' = 0$

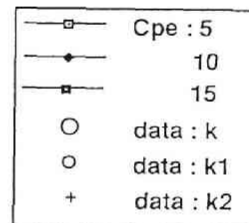
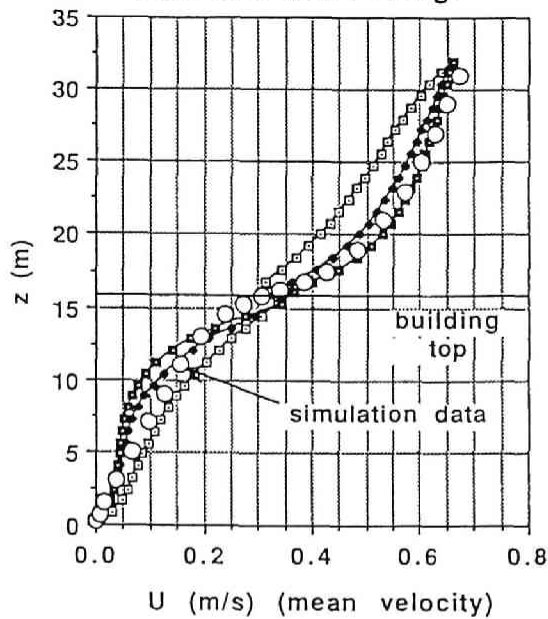


図-14. b 都市キャノピー : (k-ε) モデルの結果  
(乱れのエネルギー)



Urban Canopy : RSM model  
wind direction : 0 deg.



graph of mean velocity

parameter :  
 $crr' = 0$

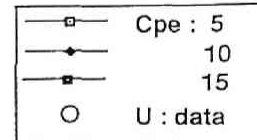
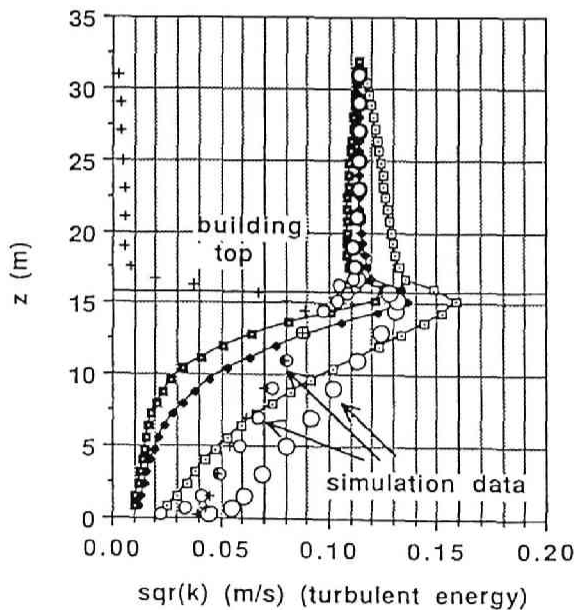


図-15. a 都市キャノピー : RSMモデルの結果 (平均風速)  
(上層風の風向 0 度 ;  $C_{pe}$  を変化させる)

Urban Canopy : RSM model  
wind direction : 0 deg.



graph of turbulent energy

k : turbulent energy  
k1 : turbulence part  
k2 : dispersive part

parameter :  
 $crr' = 0$

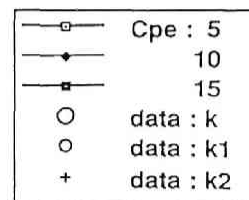
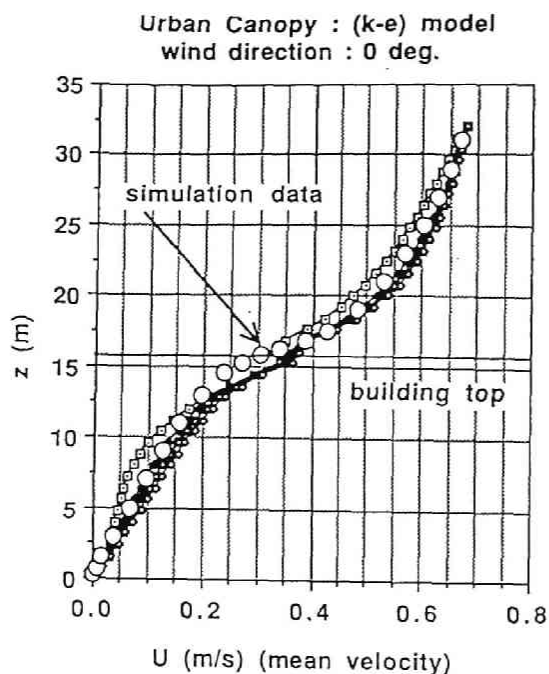


図-15. b 都市キャノピー : RSMモデルの結果  
(乱れのエネルギー)



graph of mean velocity

parameter :  
Cpe = 10

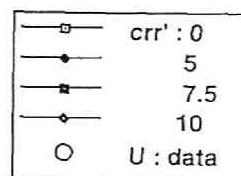
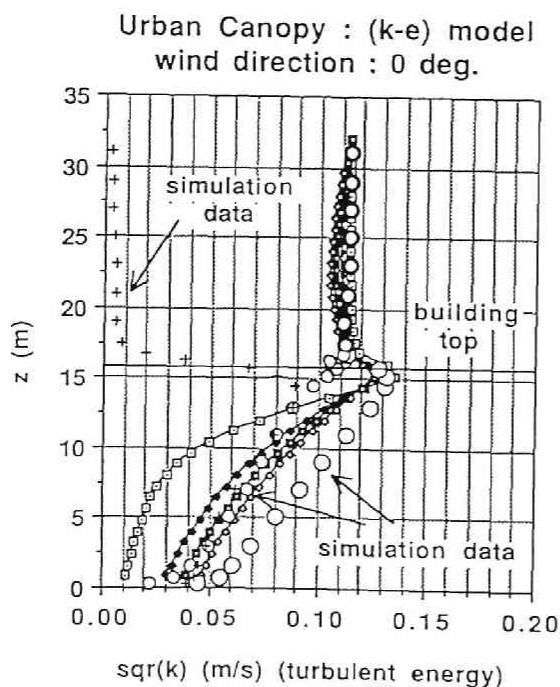


図-16. a 都市キャノピー : (k-ε) モデルの結果 (平均風速)  
(上層風の風向 0 度 ; Crr を変化させる)



graph of turbulent energy

k : turbulent energy  
k1 : turbulence part  
k2 : dispersive part

parameter :  
Cpe = 10

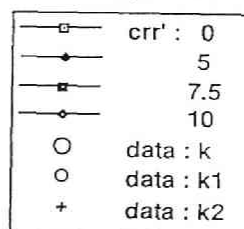
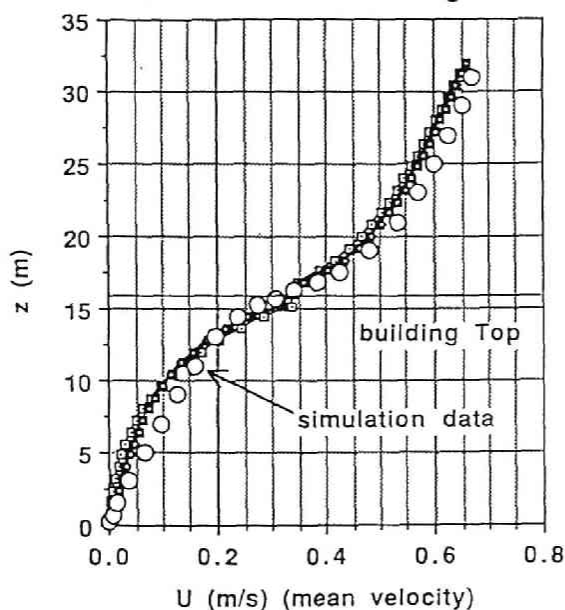


図-16. b 都市キャノピー : (k-ε) モデルの結果  
(乱れのエネルギー)

Urban Canopy : RSM model  
wind direction : 0 deg.



graph of mean velocity

parameter :  
 $C_{pe} = 10$

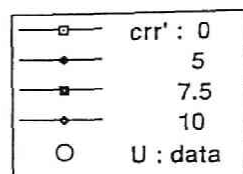
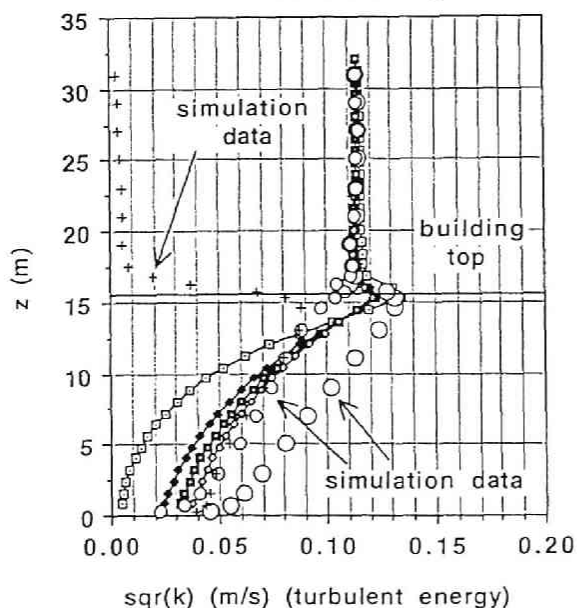


図-17. a 都市キャノピー : R S Mモデルの結果 (平均風速)  
(上層風の風向 0 度 ;  $C_{rr}$  を変化させる)

Urban Canopy : RSM model  
wind direction : 0 deg.



graph of turbulent energy

k : turbulent energy  
k1 : turbulence part  
k2 : dispersive part

parameter :  
 $C_{pe} = 10$

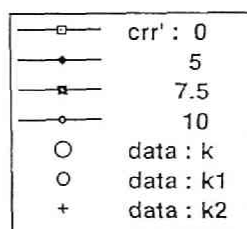
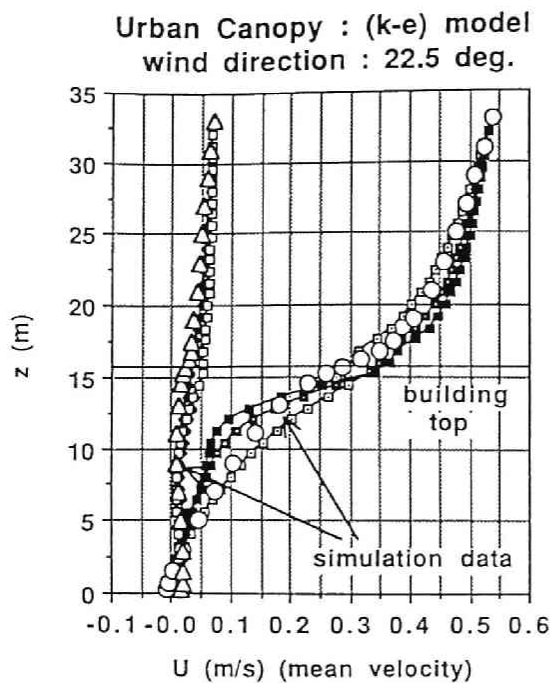


図-17. b 都市キャノピー : R S Mモデルの結果  
(乱れのエネルギー)



graph of mean velocity

parameter :  
crr'=0

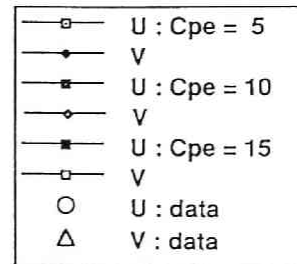
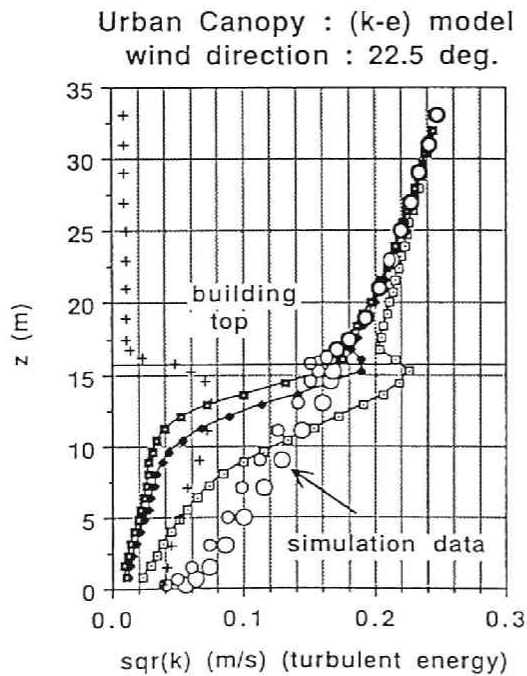


図-18. a 都市キャノピー : (k-ε) モデルの結果 (平均風速)  
(上層風の風向 22.5 度 ;  $C_{pe}$  を変化させる)



graph of turbulent energy

k : turbulent energy  
k1 : turbulence part  
k2 : dispersive part

parameter :  
crr' = 0

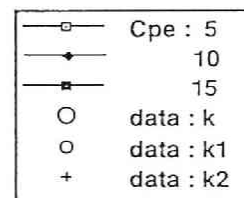


図-18 b 都市キャノピー : (k-ε) モデルの結果  
(乱れのエネルギー)

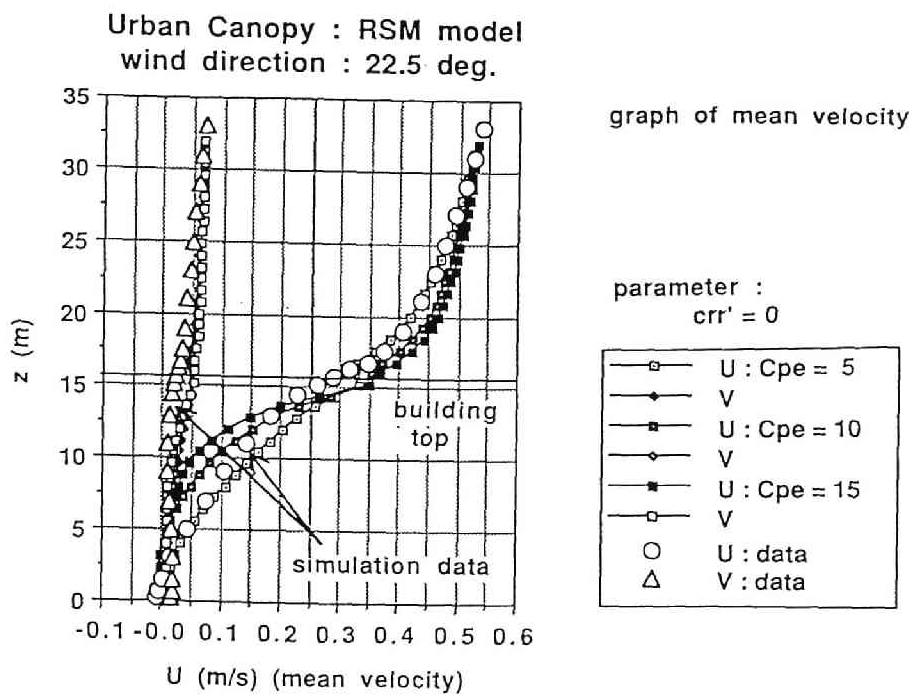


図 - 19. a 都市キャノピー : R S Mモデルの結果 (平均風速)  
(上層風の風向 22.5 度 ;  $C_{pe}$  を変化させる)

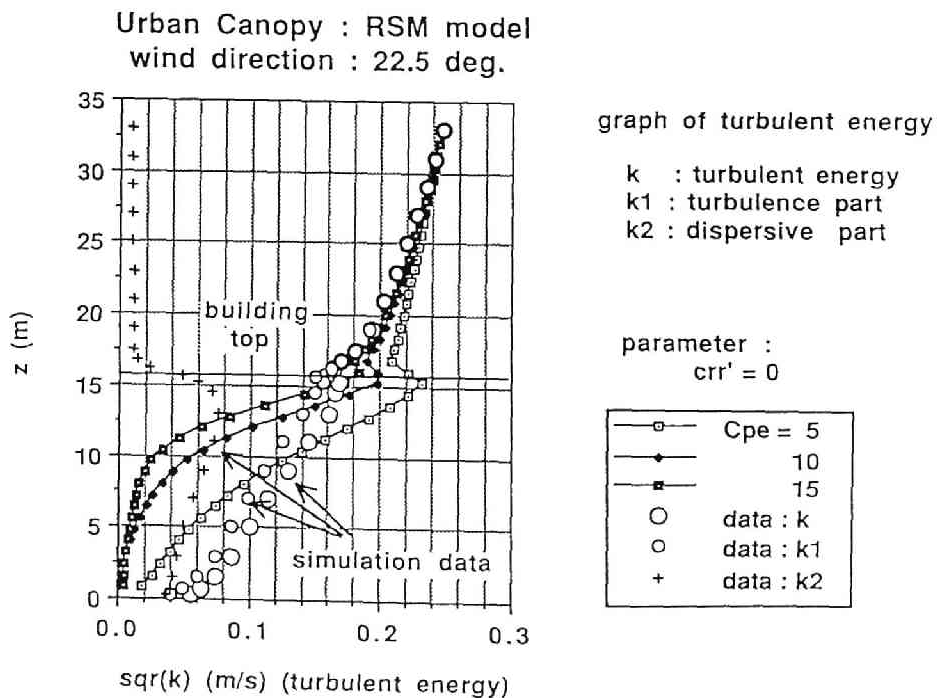


図 - 19. b 都市キャノピー : R S Mモデルの結果  
(乱れのエネルギー)

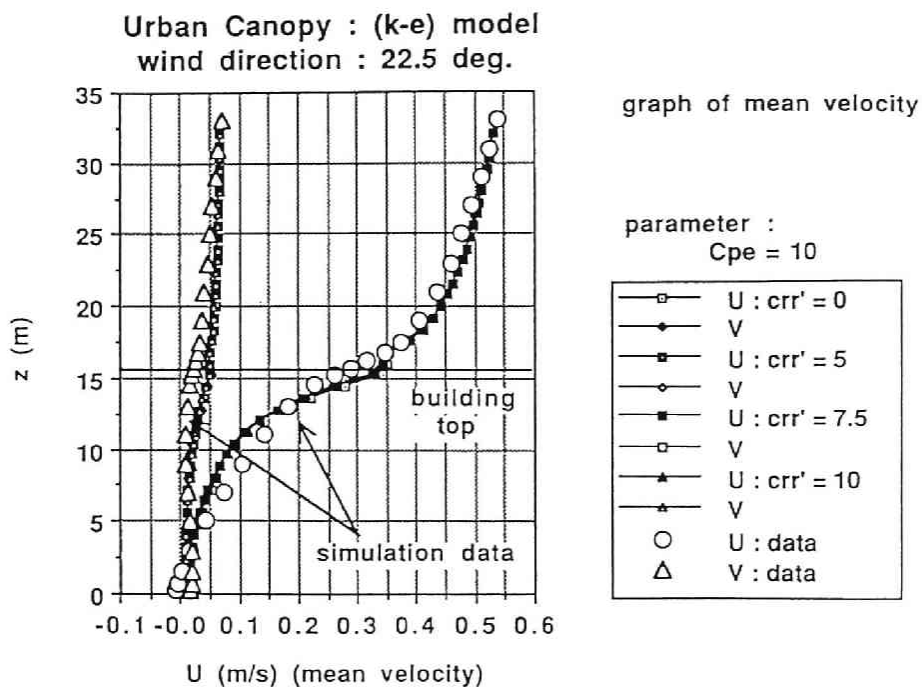


図-20. a 都市キャノピー : (k-ε) モデルの結果 (平均風速)  
(上層風の風向 22.5 度 ; Crr を変化させる)

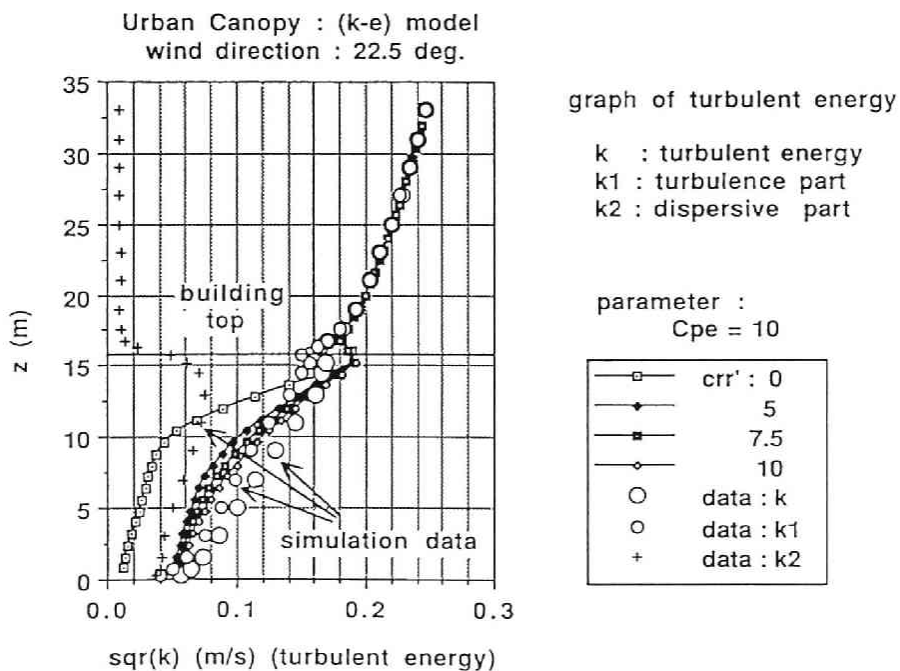
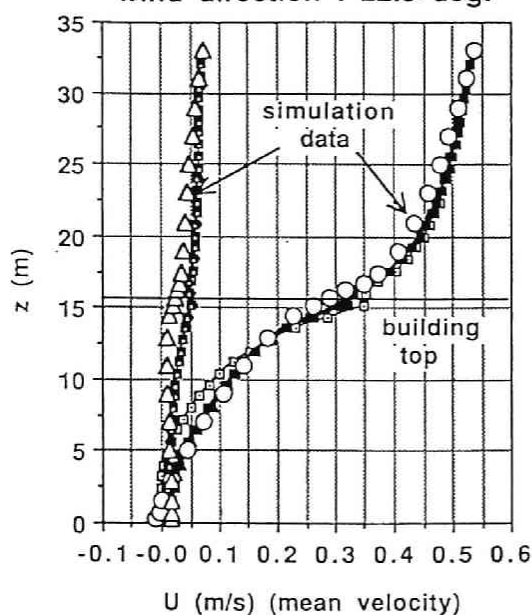


図-20 b 都市キャノピー : (k-ε) モデルの結果  
(乱れのエネルギー)

Urban Canopy : RSM model  
wind direction : 22.5 deg.



graph of mean velocity

parameter :  
Cpe = 10

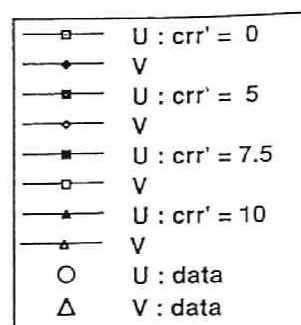
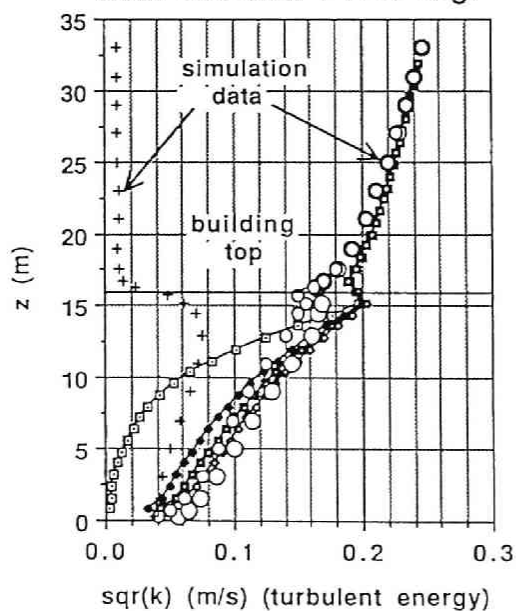


図 - 2 1 . a 都市キャノピー : R S Mモデルの結果 (平均風速)  
(上層風の風向 22.5 度 ; Crr を変化する)

Urban Canopy : RSM model  
wind direction : 22.5 deg.



graph of turbulent energy

k : turbulent energy  
k1 : turbulence part  
k2 : dispersive part

parameter :  
Cpe = 10

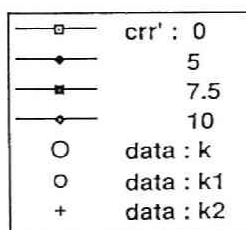


図 - 2 1 . b 都市キャノピー : R S Mモデルの結果  
(乱れのエネルギー)

#### 4. 考察

この章では、測定データとの比較から、[表-1]と[表-2]に示す、 $(k-\epsilon)$  2 方程式モデルと RSMモデルに関する検証を行なった。RSMモデルについても検討を加えたのは、内部に抵抗物体を有するキャノピー流では、乱流拡散係数を用いることが疑問視されているためである。(Wilson and Shaw<sup>7)</sup> 参照)。キャノピー流では、運動量や温度場などに対して、sink/source 項が存在するため、分子運動論的なアナロジーが有効かどうか不明である。また、せん断流によるレンジスケールと内部の抵抗物体によって作り出される渦(wake)のレンジスケール、2つのスケールが存在し、どちらのレンジスケールを用いるべきか確かでない。このように、内部に抵抗物体を有する流れでは、1次元境界層流でも $(k-\epsilon)$ モデルの有効性が明らかではない。 $(k-\epsilon)$ モデルとRSMモデルの比較が必要と判断した。元来の(流体成分のみの) $(k-\epsilon)$ モデルとRSMモデルでは、平均流の流線が曲率をもつ流れ場(例えば、循環流や旋回流)で違いが生じる。この原因は、乱流拡散係数を用いた $(k-\epsilon)$ モデルでは、平均流からの乱れの生成量をレイノルズ応力の各成分に正確に分配できないためである。しかし、抵抗物体を有する流れ(キャノピー流)では、1次元境界層流(流体成分のみの場合の、単純なせん断流)でも $(k-\epsilon)$ モデルとRSMモデルの違いが生じる可能性がある。

この章の結果では、一般の1次元境界層流と同様に1次元キャノピー乱流でも $(k-\epsilon)$ モデルとRSMモデルの違いがあまり生じなかった。以下では、この原因について考察する。

レイノルズ応力のせん断成分の式は1次元キャノピー流では次式で与えられる。

$$\frac{\partial \langle \bar{U} \rangle}{\partial t} = 0 = P_{13} + \Pi_{13} + D_{13}$$

$$P_{13} = -\overline{u_3 u_3} \frac{d \langle \bar{U} \rangle}{dz}, \quad D_{13} = c_s \frac{d}{dz} \left[ c_\pi \left( \frac{k}{\epsilon} \right) \frac{d \overline{u_1 u_3}}{dz} \right], \quad \Pi_{13} = -c_{1\pi} \left( \frac{\epsilon}{k} \right) \overline{u_1 u_3} - c_{2\pi} P_{13}$$

ここで、 $P_{13}$ は平均流からの生成項、 $\Pi_{13}$ は圧力-歪相関による再分配項(wall reflection 項は省略)、 $D_{13}$ は乱流拡散項である。抗力による生成項はゼロである。

一般の1次元境界層では、局所平衡が成り立ち、 $D_{13}$ はゼロである。圧力-歪相



関による再分配項  $\Pi_{13}$  のなかの wall reflection 成分は小さいため、一般の 1 次元境界層では次式が成り立つ。

$$\overline{u_1 u_3} = -\frac{1-c_{2\pi}}{c_{1\pi}} \left( \frac{\overline{u_3 u_3}}{k} \right) \left( \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \frac{d\langle \bar{U} \rangle}{dz}$$

上式は乱流拡散係数を用いた表現と一致する。このために一般の 1 次元境界層では  $(k - \varepsilon)$  モデルとレイノルズ応力方程式モデルによる計算結果が一致する。

〔図-22〕に植物キャノピー流 (Shaw et al. <sup>4, 5</sup>) のデータ) での、レイノルズ応力のせん断成分の収支を示す。これは RSM モデルでの計算結果である。図中の "production" は平均流からの生成項  $P_{13}$ 、"redistribution" は圧力-歪相関による再分配項  $\Pi_{13}$ 、"diffusion" は乱流拡散項  $D_{13}$  を示す。(記号については〔表-2〕参照。) 乱流拡散項  $D_{13}$  はキャノピーより上の空気層ではほぼゼロとなっている。キャノピー最上層部で正 (消散) なり、下に行くに従って負 (生成) に転じ、下層部ではゼロに近づく。キャノピー層では乱流拡散項は大きな値を示すが、オーダー的には平均流からの生成項や再分配項に比べて小さい。このことが 1 次元流キャノピー流の場合には乱流拡散係数を用いても平均流の予測が可能となる原因と考えられる。

〔図-23〕から〔図-25〕は植物キャノピー流 (Shaw et al. <sup>4, 5</sup>) のデータ) での、レイノルズ応力の normal stress 成分の収支を示す。〔図-23〕は  $uu$  成分の収支である。"drag force" は抗力による生成項  $F_{11}$ 、"dissipation" は粘性消散項  $-(2/3) \varepsilon_{11}$  を示す。(記号については〔表-2〕参照。) 〔図-22〕のせん断成分の場合と違って、乱流拡散成分項  $D_{11}$  がオーダー比較において無視しえない。抗力による生成項  $F_{11}$ 、粘性消散項も "production" 項  $P_{11}$  (平均流からのエネルギー生成項) と同じオーダーになっている。〔図-24〕と〔図-25〕は  $vv$  成分と  $ww$  成分のグラフである。この場合は平均流からの生成はない。圧力歪相関による再分配項と粘性消散項がほぼ釣り合っている。

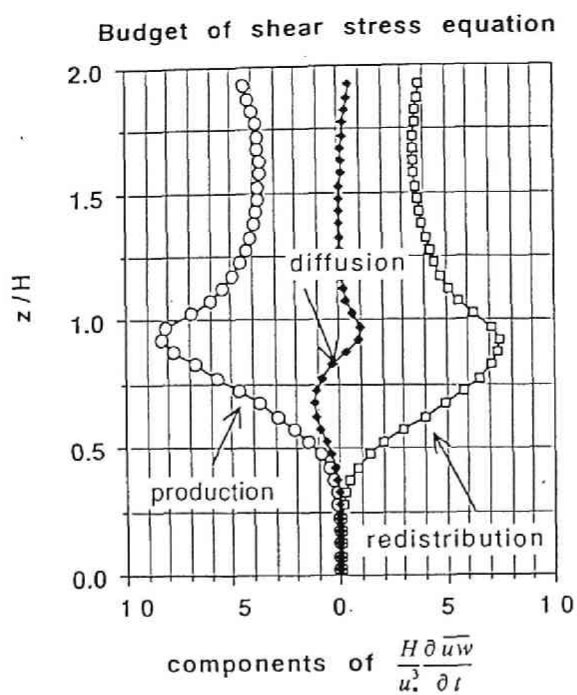


図-22 レイノルズ応力式の収支  
( Shear stress :  $\overline{uw}$  )

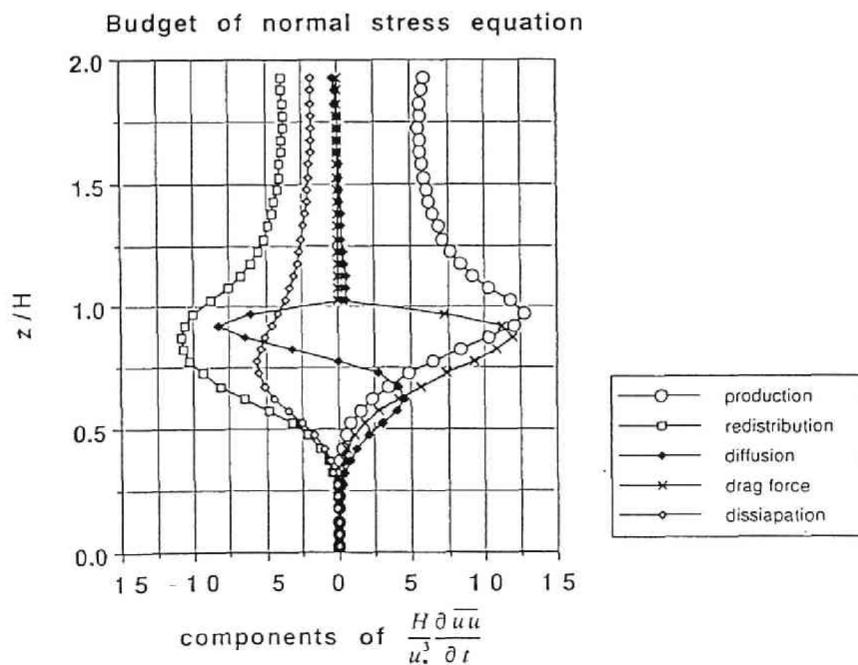


図-23 レイノルズ応力式の収支 ( Normal stress :  $\overline{uu}$  )

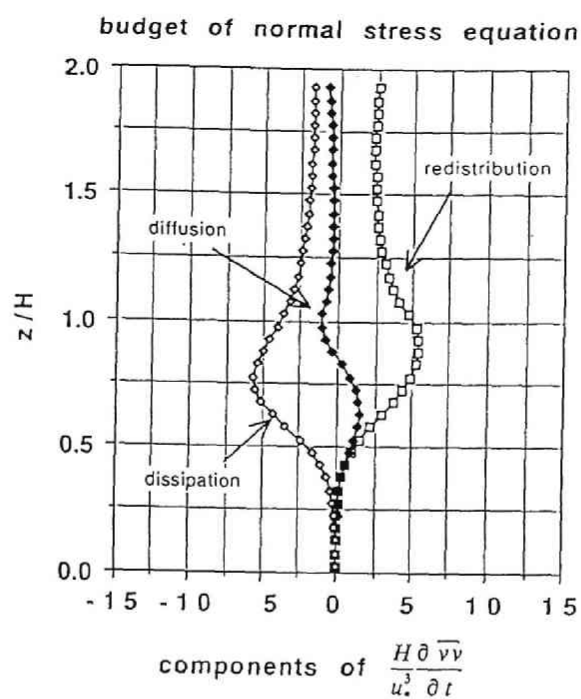


図-24 レイノルズ応力式の収支 (Normal stress :  $\overline{vv}$ )

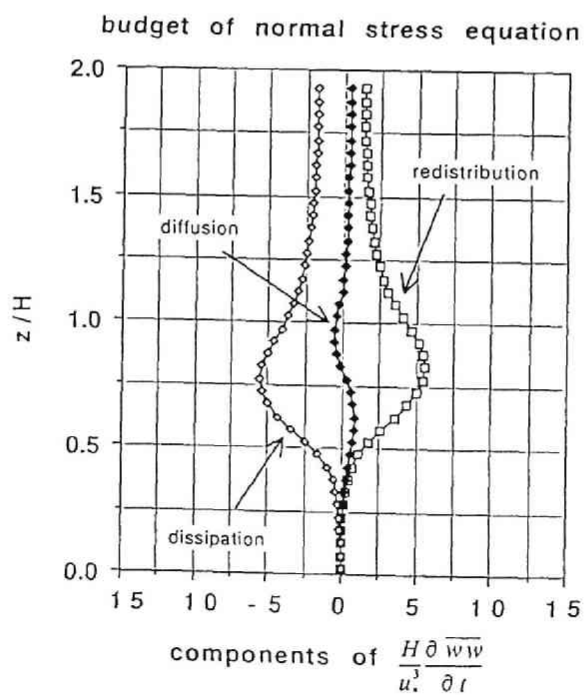


図-25 レイノルズ応力式の収支 (Normal stress :  $\overline{ww}$ )

## 5. まとめ

前節で示した、抵抗物体を内部に含む乱流モデルの妥当性を調べるために、植物キャノピー乱流と都市キャノピー乱流において検証した。植物キャノピー流では、Shaw (1974) と Wilson (1988) の測定データと計算結果との比較を行なった。都市キャノピー流では、3次元数値計算結果と1次元モデルの計算結果との比較を行なった。結果は、

1. 平均流に対しては、実験データとの一致が得られた。しかし、都市キャノピー流の計算結果では、乱れのエネルギーの予測精度は平均流の予測精度に比べて劣っていた。

2. モデルであらたに導入された係数 $C_{pe}$ と $C_{rr}$ に関しては、 $C_{pe}$ の値は平均流に影響するが、 $C_{rr}$ は平均流には影響しなかった。補正係数 $C_{rr}$ の値は乱れのエネルギーへの効果が大きかった。

3. 乱流モデルに現われる他の係数に関しては、従来の流体成分のみの乱流モデルに現われる数値を用いても十分であった。

## 記号

Symbol	Description
$a$	葉面積密度
$C_f, C_{fi}$	抗力係数、形状係数
$Fr_i$	抗力
$G$	有効体積率
$H$	キャノピー高さ、建物高さ
$k$	乱れのエネルギー
$L$	抵抗物体によって作られる渦 (wake) のレングスケール
$u_i, U_i$	流速
$\overline{u_i u_j}$	レイノルズ応力

u. 摩擦速度

Greek Symbol	Description
$\varepsilon$	粘性消散率
$\nu$	動粘性係数
$\nu_t$	乱流拡散係数
$\tau_{ij}, T_{ij}$	分子粘性による応力テンソル

Operation	Description
$\langle \rangle$	空間平均を示す
overbar	アンサンブル平均を示す
$\sim$	瞬時値を示す
$f''$	$f'' = f - \langle f \rangle$
$f'$	$f' = \tilde{f} - \bar{f}$
$\parallel$	表面積分を示す

others

$$\begin{aligned} \bar{U}_i &= \bar{u}_i = \bar{\bar{u}}_i, & u'_i &= \tilde{u}_i - \bar{U}_i, & \bar{u}''_i &= \bar{U}_i - \langle \bar{U}_i \rangle, & \langle \bar{U}_i \rangle &= \overline{\langle \tilde{u}_i \rangle} \\ \bar{P} &= \bar{p} = \bar{\bar{p}}, & p' &= \tilde{p} - \bar{P}, & \bar{p}'' &= \bar{P} - \langle \bar{P} \rangle, & \langle \bar{P} \rangle &= \overline{\langle \tilde{p} \rangle} \\ \overline{u_i u_j} &= \overline{\langle u'_i u'_j \rangle} + \overline{\langle \bar{u}''_i \bar{u}''_j \rangle}, & k &= \frac{1}{2} \overline{u_j u_j} \\ \bar{\tau}_{ij} &= \nu \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right), & \bar{T}_{ij} &= \bar{\tau}_{ij} = \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \\ \tau'_{ij} &= \bar{\tau}_{ij} - \bar{T}_{ij}, & \bar{T}''_{ij} &= \bar{\tau}''_{ij} = \bar{T}_{ij} - \langle \bar{T}_{ij} \rangle \\ \varepsilon &= \nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle \end{aligned}$$

## 参考文献

- [1] Gibson, M.M. and Launder, B.E.: 1978, 'Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer', J. Fluid Mech. 86, 491-511.
- [2] Hanjalic, K. and Launder, B.E.: 1972, 'A Reynolds Stress Model of Turbulence and its Application to Thin Shear Flows', J. Fluid Mech. 52, 609-638.
- [3] Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W.: 1975, 'Progress in the Development of a Reynolds-stress Turbulence Closure', J. Fluid Mech. 68, 537-566.
- [4] Shaw, R.H., den Hartog, G., King, K.M. and Thurtell, G.W.: 1974a, 'Measurements of Mean Wind Flow and Three-dimensional Turbulence Intensity within a Mature Corn Canopy', Agric. Meteorol. 13, 419-425.
- [5] Shaw, R.H., Silversides, R.H. and Thurtell, G.W.: 1974b, 'Some Observations of Turbulence and Turbulent Transport within and above Plant Canopies', Boundary-Layer Meteorol. 5, 429-449.
- [6] Wilson, J.D.: 1988, 'A Second-order Closure Model for Flow through Vegetation', Boundary-Layer Meteorol. 42, 371-392.
- [7] Wilson, N.R. and Shaw, R.H.: 1977, 'A Higher Order Closure Model for Canopy Flow', J. Appl. Meteorol. 16, 1197-1205.

## 第7章 植物群落内乱流モデルの理論的比較

### 1. はじめに

この章では、他の植物群落内乱流モデルと本研究で示したモデルとの、理論的比較を行ない、モデル化の方法がどのように異なるかを示す。比較の対象となるモデルとして、Wilson and Shaw のモデル<sup>6)</sup>、Yamada と Uno *et al.* のモデル<sup>7, 4)</sup>、村上、加藤 のモデル<sup>8, 9)</sup>、そして Wilson J.D. のモデル<sup>5)</sup>を取り上げる。以下では、これらのモデルの特色を、本研究で示したモデル化の方法との比較において明らかにしていく。

2節では Wilson and Shaw のモデル、3節では Yamada と 鷗野のモデル、4節では村上、加藤のモデル、そして5節では Wilson, J.D. のモデルについて説明し、本研究で示したモデルとの比較を行なう。

### 2. Wilson and Shaw のモデル

この節では、Wilson and Shaw のモデル<sup>6)</sup>について説明する。Wilson and Shaw のモデルの特徴は、次の2点である。

1. Navier-Stokes 式を空間平均している点。

2. 乱流拡散係数を使用するモデルではなく、レイノルズ応力方程式モデルを作成している点。

Navier-Stokes 式を空間平均することによって、平均流の式やレイノルズ応力の式に、葉による抗力項を組み込むことを可能にしている。また、植物キャノピー乱流で乱流拡散係数を使用する危険性を指摘し、代わりにレイノルズ応力方程式モデルを作成している。Wilson and Shaw (1977) は、次のように指摘している。

"The Reynolds stress appearing in (3) is most frequently related to the mean wind gradient using a turbulent transport coefficient. However, Legg and Monteith (1975) have pointed out that flow statistics change rapidly with height in the canopy region and characteristic distances over which flow properties can be considered to change at a uniform rate can be smaller than appropriate scales of the transporting mechanism. Further, it has been demonstrated ... that the

apparent diffusivity for a quantity transported to or from an elevated horizontal plane is dependent upon the height of that plane. This is equivalent to Taylor's "illogical conception" (Taylor, 1959) in which the apparent diffusivity for material emitted from a point source as well as local flow conditions. In a plant canopy in which the sinks for momentum, and the sources or sinks of heat and water vapor, are distributed over a finite vertical distance, and not necessarily in the same manner, one should not expect to be able to develop a consistent transport theory based upon a flux-gradient relationship.

Higher-order closure techniques provide an alternative approach to the canopy flow problem. For neutral layers they involve the solution to the turbulent kinetic energy equations and the Reynolds stress equation in addition to that for momentum."

Wilson and Shaw は、1次元キャノピー流を取り上げ、各高さにおいて無限水平面内で Navier-Stokes 式を空間平均（面平均）すれば、流れの時間的変動も取り除かれると仮定して、時間平均は行っていない。Wilson and Shaw のモデルでの平均流の式は次式となる。

$$\frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \bar{u}_j \rangle \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_j} = - \frac{\partial \langle \bar{p} \rangle}{\partial x_i} - \frac{\partial \langle \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' \rangle}{\partial x_j} - \bar{F}r_i \quad (2-1)$$

ここに、 $\bar{F}r_i$  は葉による抗力を示す。また、分子粘性項は省略した。 $\sim$  は瞬時値、 $\langle \rangle$  は空間平均を示す。

レイノルズ応力の式は次式となる。

$$\frac{\partial \langle \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \bar{u}_k \rangle \langle \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' \rangle}{\partial x_k} = P_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} + \langle \bar{u}_i \rangle \bar{F}r_j + \langle \bar{u}_j \rangle \bar{F}r_i - \varepsilon_{ij} \quad (2-2)$$

但し、

$$P_{ij} = - \langle \bar{u}_i'' \bar{u}_k'' \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_j \rangle}{\partial x_k} - \langle \bar{u}_j'' \bar{u}_k'' \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_k}$$

$$\Pi_{ij} = \left\langle \bar{p}'' \cdot \left( \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j''}{\partial x_i} \right) \right\rangle$$



$$\frac{\partial \langle \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'' \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \tilde{u}_k \rangle \langle \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'' \rangle}{\partial x_k} = P_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} + \langle \tilde{u}_i \rangle \tilde{F}r_j + \langle \tilde{u}_j \rangle \tilde{F}r_i - \varepsilon_{ij}$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \left\langle \frac{\partial \tilde{u}_i''}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \tilde{u}_j''}{\partial x_k} \right\rangle$$

(2-2) 式では、分子粘性による拡散項は省略している。

Wilson and Shaw は上記 2 式をモデル化した。(2-2) 式を完結させる際に、数種類のレングスケールを用い、レングスケールは既知として代数的に与えている。粘性消散  $\varepsilon$  あるいはレングスケールの方程式は導出していない。このためモデルは完結したものとなっていない。

Wilson and Shaw のモデルの問題点としては、次の点が挙げられる。

1. 空間平均のみを施している。このため有限の体積での空間平均にこのモデルを適用すれば、時間的な定常性は保証されない。
2. 粘性消散  $\varepsilon$  あるいはレングスケールの方程式が導出されていない。このため、モデルが完結したものとなっていない。

以上のような問題点はあるが、Wilson and Shaw のモデルは、植物キャノピー流のモデルとしては卓越したものであり、以後の乱流モデルの発展の基礎となっている。

### 3. Yamada と鶴野のモデル

Yamada <sup>7)</sup> は、空間平均と アンサンブル 平均とは等価と考えて、Wilson and Shaw のモデル <sup>6)</sup> を  $(k - k_1)$  2 方程式モデルに変換した。Yamada のモデルを以下に示す。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P + \bar{U}_j \cdot \bar{F}r_j - c_1 \frac{k^{3/2}}{l} \quad (3-1)$$

$$\frac{\partial kl}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j kl}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial kl}{\partial x_j} \right] + l \left[ c_2 \cdot P + \bar{U}_j \cdot \bar{F}r_j \right] - c_3 k^{3/2} \left[ 1 + c_4 \left( \frac{l}{\kappa z} \right)^2 \right] \quad (3-2)$$

$$P = -\nu_t \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \quad (3-3)$$

ここで、 $\nu_t$ は乱流拡散係数で $k$ とレンゲスケール $l$ で表わされる。、 $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$ 、 $c_4$ は定数である。 $z$ は高さ方向の座標を示す。

(3-2)式内の抗力による $k$ の生成項 $[1U_j Fr_j]$ は乱れの方程式(3-1)式からの類推であり、次元解析から導出している。係数を1と指定している点については説明がない。

Yamadaのモデル化の問題点は、空間平均とアンサンブル平均とは等価であると見做している点である。空間平均をしないかぎり、平均流や $k$ 、 $k$ の方程式に抗力項は生じない。このモデルは完結したものになっているが、このモデルは、(3-2)式の抗力による $k$ の生成項のモデル化に問題がある。この点に関しては、数値実験による比較の節で述べる。

鵜野<sup>4)</sup>はYamadaのモデルを、次の関係式を用いて、 $(k - \epsilon)$  2方程式モデルに変換している。

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{3}{2} \frac{\epsilon}{k} \frac{\partial k}{\partial t} - \frac{\epsilon}{l} \frac{\partial l}{\partial t} \quad (3-4)$$

鵜野は、上式において、

$$\frac{\partial l}{\partial t} = 0 \quad (3-5)$$

と仮定して、 $\epsilon$ の方程式をYamadaモデルの $k$ の方程式のみから導出したと記述している。しかし、上記の仮定(3-5)式からは、鵜野の示した $\epsilon$ の方程式は導出できない。また、 $k$ の方程式からのみ $\epsilon$ の方程式を導出することは各方程式の独立性がなくなる。むしろ、 $k$ の方程式との類推から、 $\epsilon$ の方程式に抗力項を $\epsilon$ の生成項として組み込んだものと見做したほうが合理的である。

鵜野の示した $(k - \epsilon)$  2方程式モデルは次のようになる。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P + \bar{U}_j \cdot \bar{F} r_j - \epsilon \quad (3-6)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [c_{1\varepsilon} \cdot P + c_{3\varepsilon} \bar{U}_j \cdot \bar{F}r_j - c_{2\varepsilon} \cdot \varepsilon] \quad (3-7)$$

$$P = -v_t \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \quad (3-8)$$

鵜野は、係数  $c_{3\varepsilon}$  を 0.75 としているが、これは、上記に示した仮定による。

Yamada と鵜野のモデル<sup>7, 4)</sup> を Launder *et al.*<sup>1, 2, 3)</sup> のモデリング方法から考えてみると、次の様になる。

即ち、 $k$  の方程式に現われる平均流からのエネルギー生成項 ( $P$ ) は、 $\varepsilon$  の方程式では  $\varepsilon$  の生成項として、

$$\left( \frac{\varepsilon}{k} \right) P$$

とモデル化される。このことを考慮すれば、抗力項は  $\varepsilon$  の方程式では

$$\left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \bar{U}_j \bar{F}r_j$$

とモデル化される。これは、鵜野のモデルに一致する。

Yamada と鵜野のモデルをこの論文で示したモデル化の手法から解釈すれば、以下のようなになる。即ち、Yamada と鵜野のモデルでは、乱れのエネルギーの空間変動成分  $\langle k_2 \rangle$  の方程式 (5章、(3-8) 式) に於て、抗力による  $\langle k_2 \rangle$  の生成が実際の乱れへの  $\langle k_2 \rangle$  の消散に等しいと見做したことになる。式で表わせば、次式が成り立つと仮定したことになる。

$$\varepsilon_{l \rightarrow s} \approx \langle \bar{U}_j \rangle F r_j$$

ここで、

$$\varepsilon_{l \rightarrow s} = - \left\langle \left( \overline{u'_i u'_i} \right)'' \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right\rangle$$

このことは、乱れのエネルギーの空間変動成分  $\langle k_2 \rangle$  の方程式 (5章、(3-8) 式) に於て、局所平衡 (生成項と消散項が釣り合う) が成り立ち、かつ平均流の速度勾配による  $\langle k_2 \rangle$  のエネルギー生成が小さいと見做したことになる。

#### 4. 村上、加藤のモデル

この節では、村上、加藤らのモデル<sup>8, 9)</sup>について説明する。村上、加藤らのモデルでは、抵抗物体の体積変化も考慮されている。彼らのモデルでは、コントロールボリューム型の保存則形を採用している。彼らは、方程式の移流項やフラックス型の項において抵抗物体の体積変化を表わすのに有効面積を用いている。実際の計算においては、有効面積を用いても有効体積率を用いても同じものになる。

村上、加藤らのモデルは、以下のように表わされる。

$$\frac{\partial G_j^s \bar{U}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4-1)$$

$$G \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial G_j^s \bar{U}_j \bar{U}_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial G_j^s \bar{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial G_j^s \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} - G \bar{F} r_i \quad (4-2)$$

$$G \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial G_j^s \bar{U}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ G_j^s \left( \frac{v_i}{\sigma_i} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + S + c_\kappa G \bar{U}_j \bar{F} r_j - G \varepsilon \quad (4-3)$$

$$G \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial G_j^s \bar{U}_j \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ G_j^s \left( \frac{v_i}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [c_1 S - c_2 G \varepsilon] + c_F \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \frac{k^{3/2}}{0.15 \text{diff}} - \varepsilon \right] \quad (4-4)$$

$$S = - \frac{\partial G_j^s \bar{U}_i}{\partial x_j} \quad (4-5)$$

$$\bar{u}_i \bar{u}_j = -v_i \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (4-6)$$

$$v_i = C_D \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4-7)$$

ここで、diff は抵抗物体の代表長さ、G は有効体積率、 $G_j^s$  は有効面積率を表わす。実際の計算では、有効面積率は有効体積率に等しい。 $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_\kappa$ 、 $c_F$  は係数である。

村上、加藤らのモデルについては、 $\varepsilon$  の方程式のモデル化を除けば、モデル化の詳細な記述はない。有効体積率 G および有効面積率  $G_j^s$  の位置が本研究のモデルと異なっているが、どのようにして導出したか記述されていない。k の方程式の抗力項に係数  $c_\kappa$  が掛かっている。固定された抵抗物体の場合には、本研究のモデルでは

$c_\epsilon = 1$ である。レイノルズ応力のブシネスク近似において、(4-6)式を用いているが、これは連続の式を満たしていないようである。これらの点に関しては、モデルの導出方法が示されていないため、論評を控える。

$\epsilon$ の方程式の構成に関しては、説明がある。 $\epsilon$ の方程式((4-4)式)において、流体部分については、一般の $\epsilon$ の方程式((4-4)式で右辺の最後の項を除いたもの)が成り立ち、抵抗物体の近傍では、

$$\epsilon \approx \frac{k^{3/2}}{0.15 \text{ diff}}$$

が成り立つと考える。上式を1種の拘束条件(ペナルティー法)として一般の $\epsilon$ の方程式に組み込めば、(4-4)式が得られる。ここに、定数 $c_F$ は十分大きい値を取る必要がある。

以上が、村上、加藤らのモデル化の方法である。

## 5. Wilson, J.D. のモデル

この節では、Wilson, J.D.<sup>5)</sup>のモデルについて説明する。Wilsonはモデル化の際に、モデル化すべき方程式をNavier-Stokes式から正確に誘導したわけではない。Wilsonは乱れを2つのタイムスケールに分離した。大きいタイムスケールを実際の乱れ、小さいタイムスケールをwake turbulenceとして取り扱っている。大きいタイムスケールの乱れに関する方程式を誘導し、モデル化している。

以下に、Wilsonがどのような式を支配方程式と見做し、モデル化を行なったかについて述べる。

### (1) Wilson のモデル化の手法

Wilsonは、水平面(x-y平面)内で一様で、高さ(z)方向にのみ変化する1次元植物キャノピー流を取り上げている。平均流の式は次式で表わされている。

$$\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} = -c_d a \bar{u} |\bar{u}| \quad (5-1)$$

ここに、 $u$  は風速の  $x$  - 成分、 $w$  は  $z$  - 成分を表わす。係数  $c_d$  は葉による抗力係数、 $a$  は葉面積密度を示す。オーバーバーは時間平均、' は時間平均値からの変動成分を示す。

レイノルズ応力式に関しては、次式としている。

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} = 0 = P_{ij} + R_{ij} + T_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (5-2)$$

ここで、

$$P_{ij} = -\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \quad (5-3)$$

$$R_{ij} = \overline{p' \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \quad (5-4)$$

$$T_{ij} = -\frac{\partial \overline{u'_i u'_j u'_k}}{\partial x_k} \quad (5-5)$$

$P_{ij}$  はせん断による平均流からの生成項、 $R_{ij}$  は圧力-歪相関項で、乱れの再分配を表わす。 $T_{ij}$  は乱流拡散項（圧力変動による乱流拡散項は省略している）。これらの項を Wilson, J.D. は Launder *et al.*<sup>1, 2, 3)</sup> の半実験的方法を用いて近似している。 $\epsilon_{ij}$  項に関しては、正確な記述はないが、 $\epsilon_{ij}$  項を抗力による wake turbulence へのエネルギー消散項 ( $\epsilon^{fd}_{ij}$ ) と分子粘性による内部エネルギーへの消散項 ( $\epsilon_{cc}$ ) で表わしている。即ち、

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{cc} \delta_{ij} + \epsilon^{fd}_{ij} \quad (5-6)$$

Wilson は分子粘性による内部エネルギーへの消散項 ( $\epsilon_{cc}$ ) をゼロとはせず、次式で近似化している。

$$\epsilon_{cc} = \frac{(c_3 k^{3/2})}{\kappa z} \quad (5-7)$$

ここで、 $c_3$  は係数、 $\kappa$  はカルマン定数、 $k$  は乱れのエネルギーである。 $z$  は地面

からの高さを表わす。

(5-1) 式と(5-2) 式を見れば、Wilson は支配方程式を次式としたことが推定される。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \bar{F}r_i \quad (5-8)$$

ここで、 $\bar{F}r_i$  は葉による抗力項を表わす。 $\bar{\tau}_{ij}$  は分子粘性による応力を表わす。

$\bar{\cdot}$  は瞬時値を示す。

Wilson は Navier-Stokes 式の空間平均を行わず、直接(5-8) 式を支配方程式として  
いる。(5-8) 式を時間平均すれば、平均流の式が得られる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \bar{F}r_i \quad (5-9)$$

この式が、1 次元流の場合、(5-1) 式と対応することは明らかである。

レイノルズ応力の式は、(5-8), (5-9) 式から、(5-10) 式となる。

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_k \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} = P_{ij} + R_{ij} + T_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (5-10)$$

$$P_{ij} = -\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \quad (5-11)$$

$$R_{ij} = \overline{p' \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \quad (5-12)$$

$$T_{ij} = -\frac{\partial \overline{u'_i u'_j u'_k}}{\partial x_k} - \frac{\partial [\overline{p' u'_i} \delta_{jk} + \overline{p' u'_j} \delta_{ik}]}{\partial x_k} \quad (5-13)$$

$$\varepsilon_{ij} = -\overline{u'_i F r'_j} - \overline{u'_j F r'_i} - \nu \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u'_j}}{\partial x_i} \quad (5-14)$$

Wilson のモデルの問題点は、Navier-Stokes 式を空間平均せずに、直接(5-8) 式を用  
いたことにある。小さいスケールの乱れのような表現が得られなくなってしまう。  
また、空間平均を行わなければ、抗力項は生じない。

以下においては、空間平均操作を考慮した方法で、Wilson のモデル化の問題点を明らかにする。

## (2) Wilson のモデル化の問題点

Wilson のモデル化の問題点に関しては、Navier-Stokes 式を空間平均し、後に時間平均操作を施せば、明らかになる。

Wilson の言う、大きいタイムスケールの乱流成分として、

$$\tilde{u}_i' \equiv \tilde{u}_i - \langle \tilde{u}_i \rangle = \tilde{u}_i - \langle \tilde{u}_i \rangle$$

を、小さいタイムスケールの乱流成分として、

$$\tilde{u}_i'' \equiv \tilde{u}_i - \langle \tilde{u}_i \rangle$$

を考える。上記の定義のように、小さいタイムスケールの乱流成分を空間平均からの変動成分（即ち、平均体積内の乱れ）とすれば、Wilson の2つのタイムスケールの分離は理解しやすい。小さいタイムスケールの乱流成分は、平均体積内の細かい変動成分を表わし、これは時間的にも激しい変動をする。一方、大きいタイムスケールの乱流成分は、空間平均値の時間変動成分を表わし、この量は、時間的にも空間的にも緩やかな変動をする。

Navier-Stokes 式を空間平均すれば、次式を得る。

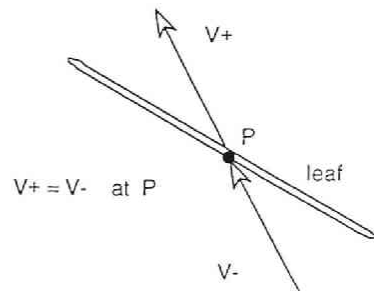
$$\frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial x_j} = - \frac{\partial \langle \tilde{p} \rangle}{\partial x_i} - \frac{\partial \langle \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'' \rangle}{\partial x_j} - \tilde{F}_i \quad (5-15)$$

但し、

$$\tilde{F}_i = \int_s H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') [\tilde{p}(\mathbf{x}') \delta_{ij} - \tilde{\tau}_{ij}(\mathbf{x}')] n_j' ds(\mathbf{x}') \quad (5-16)$$

(5-15) 式を導出する際に、次の2点を仮定した。

1. 葉の体積は無視できる。（有効体積率  $G = 1$ ）
2. 葉面の表面と裏面で風速は同じ。





上記2点の仮定は自然である。これらの仮定を用いると、時間微分を含んだ表面積分項は、ゼロになる。空間微分を含んだ表面積分項のみが抗力項（(5-16)式）として現われる。

(5-8)式と(5-15)式を比較すれば、(5-15)式では、新しい項

$$\frac{\partial \langle \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'' \rangle}{\partial x_j}$$

が加っている。この項は、空間変動成分からの変動成分（即ち、空間平均体積内の乱れの成分）を表わす。Wilson のモデル化では、この項を考慮していない。

(5-15) 式を時間平均すれば、平均流の式が得られる。

$$\frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \bar{u}_j \rangle \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_j} = - \frac{\partial \langle \bar{p} \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial \langle \bar{\tau}_{ij} \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle \langle \bar{u}_j \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'' \rangle}{\partial x_j} - \bar{F} r_i \quad (5-17)$$

(5-9)式（あるいは、(5-6)式）と(5-17)式を比較すると、次のことが言える。Wilson の方法では、平均流の式に小さいスケールの乱れ（wake turbulence）の効果（即ち、(5-17)式右辺第4項）を組み込んでいない。これは、乱れを直接2つのタイムスケールに分離したため、このような項を導出できなかったものと考えられる。

(5-17)式右辺第3項のレイノルズ応力の式は、(5-15)式と(5-17)式から導出できる。

$$\frac{D \langle \tilde{u}_i \rangle \langle \tilde{u}_j \rangle}{Dt} = P_{ij} - \varepsilon_{ij}^{l \rightarrow s} + \Pi_{ij} + D_{ij} + D_{ij}^p + D_{ij}^v - \varepsilon_{ij}^v - \varepsilon_{ij}^{drag} \quad (5-18)$$

但し、

$$\begin{aligned} P_{ij} &= - \overline{\langle \tilde{u}_i \rangle' \langle \tilde{u}_k \rangle'} \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle'}{\partial x_k} - \overline{\langle \tilde{u}_j \rangle' \langle \tilde{u}_k \rangle'} \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle'}{\partial x_k} \\ \varepsilon_{ij}^{l \rightarrow s} &= - \overline{\langle \tilde{u}_i'' \tilde{u}_k'' \rangle'} \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle'}{\partial x_k} - \overline{\langle \tilde{u}_j'' \tilde{u}_k'' \rangle'} \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle'}{\partial x_k} \\ \Pi_{ij} &= \langle p \rangle' \left( \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle'}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle'}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{ij} &= - \frac{\partial \left[ \overline{\langle \tilde{u}_i \rangle' \langle \tilde{u}_j \rangle' \langle \tilde{u}_k \rangle'} + \overline{\langle \tilde{u}_i'' \tilde{u}_k' \rangle' \langle \tilde{u}_j \rangle'} + \overline{\langle \tilde{u}_j'' \tilde{u}_k' \rangle' \langle \tilde{u}_i \rangle'} \right]}{\partial x_k} \\
D_{ij}^p &= - \frac{\partial \left[ \overline{\langle \tilde{p} \rangle' \langle \tilde{u}_i \rangle' \delta_{jk}} + \overline{\langle \tilde{p} \rangle' \langle \tilde{u}_j \rangle' \delta_{ik}} \right]}{\partial x_k} \\
D_{ij}^v &= \frac{\partial \left[ \overline{\langle \tilde{u}_j \rangle' \langle \tilde{\tau}_{ik} \rangle'} + \overline{\langle \tilde{u}_i \rangle' \langle \tilde{\tau}_{jk} \rangle'} \right]}{\partial x_k} \\
\varepsilon_{ij}^v &= \overline{\langle \tilde{\tau}_{ik} \rangle' \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle'}{\partial x_k}} + \overline{\langle \tilde{\tau}_{jk} \rangle' \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle'}{\partial x_k}} \\
\varepsilon_{ij}^{drag} &= \overline{\langle \tilde{u}_j \rangle' \tilde{F} r_i'} + \overline{\langle \tilde{u}_i \rangle' \tilde{F} r_j'}
\end{aligned}$$

各項の物理的意味は以下のようになる。

- $P_{ij}$  : 平均流からのエネルギー生成、       $\Pi_{ij}$  : 圧力再分配  
 $D_{ij}$ 、 $D_{ij}^p$  : 乱流拡散、       $D_{ij}^v$  : 分子粘性による拡散  
 $\varepsilon_{ij}^v$  : 分子粘性によるエネルギー消散、       $\varepsilon_{ij}^{drag}$  : 抗力による消散  
 $\varepsilon_{ij}^{1-s}$  : 小さいスケールの乱れ (wake turbulence) へのエネルギー消散

大きいタイムスケールの乱れでは、時間的にも空間的にも変動が緩やかであるため、分子粘性によるエネルギー消散 ( $\varepsilon_{ij}^v$ ) は無視しえる。代わりに、小さいスケールの乱れ (wake turbulence) へのエネルギー消散 ( $\varepsilon_{ij}^{1-s}$ ) が、大きいスケールの乱流のエネルギー消散として働く。

Wilson は、分子粘性によるエネルギー消散 ( $\varepsilon_{ij}^v$ ) を(5-7)式で近似し、小さいスケールの乱れ (wake turbulence) へのエネルギー消散 ( $\varepsilon_{ij}^{1-s}$ ) を導出していない。実際の内部エネルギーへの消散項は、小さいタイムスケールの乱れの方程式の中に現われる。

小さいタイムスケールのレイノルズ応力の方程式は、次式のようになる。

$$\frac{D \overline{\langle \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'' \rangle}}{Dt} = P_{ij} + P_{ij}^{1-s} + \Pi_{ij} + P_{ij}^{drag(MEAN)} + P_{ij}^{drag} + D_{ij} + D_{ij}^p + D_{ij}^v - \varepsilon_{ij} \quad (5-19)$$

但し、

$$\begin{aligned}
P_{ij} &= -\overline{\langle \tilde{u}_i'' \cdot \tilde{u}_j'' \rangle} \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial x_k} - \overline{\langle \tilde{u}_j'' \cdot \tilde{u}_k'' \rangle} \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial x_k} \\
P_{ij}^{l \rightarrow s} &= -\overline{\langle \tilde{u}_i'' \cdot \tilde{u}_k'' \rangle} \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial x_k} - \overline{\langle \tilde{u}_j'' \cdot \tilde{u}_k'' \rangle} \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial x_k} \\
\Pi_{ij} &= \overline{\left\langle \tilde{p}'' \cdot \left( \frac{\partial \tilde{u}_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j''}{\partial x_i} \right) \right\rangle} \\
P_{ij}^{drag(MEAN)} &= \langle \tilde{u}_i \rangle \bar{F} r_j + \langle \tilde{u}_j \rangle \bar{F} r_i \\
P_{ij}^{drag} &= \langle \tilde{u}_i \rangle \bar{F} r_j' + \langle \tilde{u}_j \rangle \bar{F} r_i' \\
D_{ij} &= -\frac{\partial \overline{\langle \tilde{u}_i'' \cdot \tilde{u}_j'' \cdot \tilde{u}_k'' \rangle}}{\partial x_k} - \frac{\partial \overline{\langle \tilde{u}_k \rangle \langle \tilde{u}_i'' \cdot \tilde{u}_j'' \rangle}}{\partial x_k} \\
D_{ij}^p &= -\frac{\partial \overline{\langle \tilde{p}'' \cdot \tilde{u}_i'' \rangle}}{\partial x_k} \delta_{jk} - \frac{\partial \overline{\langle \tilde{p}'' \cdot \tilde{u}_j'' \rangle}}{\partial x_k} \delta_{ik} \\
D_{ij}^v &= \frac{\partial \overline{\langle \tilde{\tau}_{ik}'' \cdot \tilde{u}_j'' \rangle}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{\langle \tilde{\tau}_{jk}'' \cdot \tilde{u}_i'' \rangle}}{\partial x_k} \\
\varepsilon_{ij} &= \overline{\left\langle \tilde{\tau}_{ik}'' \cdot \frac{\partial \tilde{u}_j''}{\partial x_k} \right\rangle} + \overline{\left\langle \tilde{\tau}_{ik}'' \cdot \frac{\partial \tilde{u}_j''}{\partial x_k} \right\rangle}
\end{aligned}$$

各項の物理的意味は以下のようになる。

- |   |                           |
|---|---------------------------|
| $P_{ij}$ : 平均流からのエネルギー生成、                         | $\Pi_{ij}$ : 圧力再分配        |
| $D_{ij}$ 、 $D_{ij}^p$ : 乱流拡散、                     | $D_{ij}^v$ : 分子粘性による拡散    |
| $\varepsilon_{ij}$ : 分子粘性によるエネルギー消散、              | $P_{ij}^{drag}$ : 抗力による生成 |
| $P_{ij}^{l \rightarrow s}$ : 大きいスケールの乱れからのエネルギー生成 |                           |

(5-18) 式の小さいスケールの乱れへのエネルギー消散項 ( $\varepsilon_{ij}^{l \rightarrow s}$ ) と(5-19) 式の大きいスケールの乱れからのエネルギー生成項 ( $P_{ij}^{l \rightarrow s}$ ) は同じ量であり、大きいスケールの乱れと小さいスケールの乱れとの間でエネルギー交換を行なう。(5-19) 式の抗力による生成項のうち、時間変動成分項 ( $P_{ij}^{drag}$ ) も、(5-18) 式の抗力による

よる消散項 ( $\varepsilon^{\text{drag}}_{ij}$ ) と同じ量であり、これらの項も大きいスケールの乱れと小さいスケールの乱れとの間でエネルギー交換を行なう。実際に内部エネルギーとして熱に変換されるのは、(5-19) 式に現われる分子粘性に因るエネルギー消散項 ( $\varepsilon_{ij}$ ) である。Wilson は(5-19) 式を導出せずに、モデル化を行なったために、エネルギー消散項の近似を間違えている。

### (3) まとめ

以上の議論より、Wilson のモデル化の問題点として、次の点が挙げられる。

1. 小さいタイムスケールの乱れの方程式を無視している。この原因は、Navier-Stokes 式の空間平均をとらず、直接 Navier-Stokes 式に葉の抗力項を加えたことによる。
2. 小さいタイムスケールの乱れの方程式を無視したため、粘性消散量のモデル化を間違えている。
3. (5-7) 式に於てレングスケールを既知として代数的に組み込んでいるため、モデルが完結していない。

### 6. まとめ

以上、内部に抵抗物体を含む乱流モデルの比較を行なった。各々のモデルのモデル化の手法を要約すると以下ようになる。

Wilson and Shaw のモデルでは、次の点が挙げられる。

1. 空間平均のみを施している。このため有限の体積での空間平均にこのモデルを適用すれば、時間的な定常性は保証されない。
2. 粘性消散  $\varepsilon$  あるいはレングスケールの方程式が導出されていない。このため、モデルが完結したものとなっていない。

Yamada モデルでは、空間平均と アンサンブル 平均とは等価と考えて、Wilson and Shaw のモデルを  $(k - k_1)$  2 方程式モデルに変換している。Navier-Stokes 式からの誘導は行っていない。鵜野のモデルは Yamada のモデルを  $(k - \varepsilon)$  型に変換している。モデルは完結している。

村上、加藤のモデルについては、粘性消散式を除いてモデル化の手法が示されていない。モデルは完結している。

Wilson, J.D. のモデルでは、次の点が挙げられる。

1. 小さいタイムスケールの乱れの方程式を無視している。この原因は、Navier-Stokes 式の空間平均をとらず、直接 Navier-Stokes 式に葉の抗力項を加えたことによる。
2. 小さいタイムスケールの乱れの方程式を無視したため、粘性消散量のモデル化を間違えている。
3. (5-7) 式に於てレングスケールを既知として代数的に組み込んでいるため、モデルが完結していない。

## 記 号

Symbol	Description
$a$	葉面積密度
$C_f, C_{f_i}$	抗力係数、形状係数
$Fr_i$	抗力
$G$	有効体積率
$k$	乱れのエネルギー
$L$	抵抗物体によって作られる渦 (wake) のレングスケール
$u_i, U_i$	流速
$p, P$	圧力
$\overline{u_i u_j}$	レイノルズ応力
$V_o$	平均化体積
$V_a$	$V_o$ 内の流体体積

Greek Symbol	Description
$\varepsilon$	粘性消散率
$\nu$	動粘性係数
$\nu_t$	乱流拡散係数
$\tau_{ij}, T_{ij}$	分子粘性による応力テンソル

Operation	Description
$\langle \rangle$	空間平均を示す
overbar	アンサンブル平均を示す
$\sim$	瞬時値を示す
$f''$	$f'' = f - \langle f \rangle$
$f'$	$f' = \tilde{f} - \bar{f}$
$\parallel$	表面積分を示す

others

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_i &= \bar{u}_i = \bar{\bar{u}}_i, \quad u'_i = \bar{u}_i - \bar{U}_i, \quad \bar{u}''_i = \bar{U}_i - \langle \bar{U}_i \rangle, \quad \langle \bar{U}_i \rangle = \langle \bar{\bar{u}}_i \rangle \\
 \bar{P} &= \bar{p} = \bar{\bar{p}}, \quad p' = \bar{p} - \bar{P}, \quad \bar{p}'' = \bar{P} - \langle \bar{P} \rangle, \quad \langle \bar{P} \rangle = \langle \bar{\bar{p}} \rangle \\
 \overline{u_i u_j} &= \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle + \langle \overline{u''_i u''_j} \rangle, \quad k = \frac{1}{2} \overline{u_j u_j} \\
 \bar{\tau}_{ij} &= \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad \bar{\bar{T}}_{ij} = \bar{\tau}_{ij} = \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \\
 \tau'_{ij} &= \bar{\tau}_{ij} - \bar{T}_{ij}, \quad \bar{T}''_{ij} = \bar{\tau}''_{ij} = \bar{T}_{ij} - \langle \bar{T}_{ij} \rangle \\
 \varepsilon &= \nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle
 \end{aligned}$$

## 参考文献

- [1] Gibson, M.M. and Launder, B.E.: 1978, 'Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer', J. Fluid Mech. 86, 491-511.
- [2] Hanjalic, K. and Launder, B.E.: 1972, 'A Reynolds Stress Model of Turbulence and its Application to Thin Shear Flows', J. Fluid Mech. 52, 609-638.
- [3] Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W.: 1975, 'Progress in the Development of a Reynolds-stress Turbulence Closure', J. Fluid Mech. 68, 537-566.
- [4] Uno, I., Ueda, H. and Wakamatsu, S.: 1989, 'Numerical Modeling of the Nocturnal Urban Boundary Layer', Boundary-Layer Meteorol. 49, 77-98.
- [5] Wilson, J.D.: 1988, 'A Second-order Closure Model for Flow through Vegetation', Boundary-Layer Meteorol. 42, 371-392.
- [6] Wilson, N.R. and Shaw, R.H.: 1977, 'A Higher Order Closure Model for Canopy Flow', J. Appl. Meteorol. 16, 1197-1205.
- [7] Yamada, T.: 1982, 'A Numerical Model Study of Turbulence Airflow in and above a Forest Canopy', J. Meteorol. Soc. Japan 60, 439-454.
- [8] 村上、加藤、Launder, B.E., and 鈴木, 1988a, '層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染物拡散性状に関する研究（その6）', 生産研究, vol.40, 67-70.
- [9] 村上、加藤、Launder, B.E., and 鈴木, 1988a, '層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染物拡散性状に関する研究（その7）', 空気調和・衛生工学会学術講演会講演論文集, 717-720.

## 第8章 植物群落内乱流モデルの計算結果による比較

### 1. はじめに

この章では、5章で示した植物群落内乱流モデルと他のモデルとの違いを、計算結果の比較において考察する。比較のためのモデルとしては、村上、加藤らのモデル<sup>5, 6)</sup> (以後、MKモデルとよぶ) と鶴野のモデル<sup>1)</sup> (以後、YUモデルとよぶ) を取り上げる。鶴野のモデルはYamadaのモデル<sup>4)</sup> と等価である。Wilson and Shawのモデル<sup>3)</sup> とWilson J.D.のモデル<sup>2)</sup> はこの章では取り上げない。この理由は、Wilson and Shaw および Wilson のモデルは完結していないためである。これらのモデルでは、レンジスケールが既知の量として代数的に与えられている。以下の節では、本研究で示したモデルとMKモデル、YUモデルとの違いについて考察する。計算対象となる流れ場は、6章で示した都市キャノピー流とする。植物キャノピー流を取り上げなかったのは、MKモデルでは、植物キャノピー流への適用について示されていないためである。また、植物キャノピーでの抵抗物体の特徴長さの取り方について定義されていない。ここでは、都市キャノピー流を取り上げる。

### 2. 粘性消散の方程式の違い

比較のためにとり挙げられた3つのモデルの理論的誘導についての違いは、前章で示した。これらの3つのモデルでは、 $\epsilon$ の方程式に於て大きな違いがある。平均流や乱れのエネルギーの式においても違いがあるが、これらの式については本研究での表現を採用する。その理由については、以下の(注1)から(注3)に示してある。

$\epsilon$ の方程式は各々次のように表される。

#### (1) 本研究での $\epsilon$ 方程式

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = D_\epsilon + \left(\frac{\epsilon}{k}\right) \left[ C_{1\epsilon}P - C_{2\epsilon}\epsilon + C_{\rho\epsilon} \frac{k^{3/2}}{L} \right]$$



ここで、 $l$  は抵抗物体によって作り出される渦（wake）のレンジスケールである。

(2) 村上、加藤の  $\epsilon$  方程式（MKモデル）

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = D_\epsilon + \left(\frac{\epsilon}{k}\right) \left[ C_{1\epsilon} P - C_{2\epsilon} \epsilon + C_{\rho\epsilon} \left( \frac{k^{3/2}}{\alpha \text{diff}} - \epsilon \right) \right]$$

ここで、diff は抵抗物体の特徴長さ、 $\alpha$  は係数である。

(3) Yamada、鶴野の  $\epsilon$  方程式（YUモデル）

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = D_\epsilon + \left(\frac{\epsilon}{k}\right) [C_{1\epsilon} P - C_{2\epsilon} \epsilon + C_{\rho\epsilon} F_k]$$

ただし、

$$\begin{aligned} D_\epsilon &= \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial G \epsilon}{\partial x_j} \right], & F_k &= \langle \bar{U}_i \rangle F r_i \\ P &= - \frac{\overline{u_i u_j}}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j} = \frac{v_t}{G} \left[ \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_i} \right] \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_i \rangle}{\partial x_j} \\ \frac{D}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{U}_j \rangle}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial t} + \langle \bar{U}_j \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \end{aligned}$$

(注1) 乱れのエネルギー（ $k$ ）の方程式について

我々のモデルとMKモデルとは、 $k$ の式や有効体積率 $G$ が方程式の中に現われる位置についても違いがある。MKモデルでは、乱れのエネルギー式は次のように表わされている。

$$\begin{aligned} G \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial G_j^s \bar{U}_j k}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ G_j^s \frac{v_t}{\sigma_i} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tilde{P} + G \epsilon + C_F F_k \\ \tilde{P} &= v_t \left[ \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right] \frac{\partial G_i^s \bar{U}_i}{\partial x_j} \end{aligned}$$

$G^s_i$  はMKモデルでは有効面積率として定義されている。この量は実際の計算では有効体積率  $G$  に一致する。 $C_F$  は係数で、その値はMKモデルでは約1とされている。 $G$  や  $G^s_i$  の方程式中での位置は、我々の空間平均操作を施せば近似化（モデル化）なしに誘導される。また、抵抗物体が固定されている場合、本研究で示したモデル化の方法を用いれば、係数  $C_F$  の値は1と解析的に導出される。乱れのエネルギー生成項  $P$  の表現から、MKモデルではレイノルズ応力のブシネスク近似において連続の条件が考慮されていないことがわかる。以上の点を考慮して、 $k$  の方程式は我々のモデルを用いる。

(注2) MKモデルにおける係数  $C_{p,\epsilon}$  について

村上、加藤ら<sup>5, 6)</sup> は、抵抗物体の近傍で以下の関係が成り立つと仮定した。

$$\epsilon \approx \frac{k^{3/2}}{\alpha \text{ diff}}$$

かれらは上記の関係を拘束条件として元来の  $\epsilon$  方程式に組み込んだ。そのため、係数  $C_{p,\epsilon}$  は拘束条件を満たすのに十分なほど大きな値を持つ必要があることを村上、加藤らは指摘している。

(注3) Yamada、鵜野の  $\epsilon$  方程式について

鵜野はYamadaのモデルを  $(k-\epsilon)$  モデルに変換している。このモデルでは、抵抗物体の体積変化については考慮されていない。ここでは体積変化を考慮できるように修正した。基本的なモデル化の方法については、Yamada<sup>4)</sup> のモデルをそのまま用いている。

(注4) レングスケールについて

この節では、モデルの比較を行なうため、 $L=\alpha \cdot \text{diff}$  とする。MKモデルに従うと、 $\text{diff} = H/3$  ,  $\alpha = 0.15$ 。従って、 $L=\alpha \cdot H/3 = 0.05H$  ( $\alpha=0.15$ )となる。 $H$  は都市キャノピーでの建物高さである。

### 3. 各モデルでの計算結果の比較

#### (1) YUモデルの結果

〔図－1〕にYUモデルでの計算結果を示す。このモデルでは、計算結果は係数  $C_{p,e}$  の変化に過度に反応する。測定データと一致させることは困難である。

#### (2) MKモデルの結果

〔図－2〕にMKモデルでの計算結果を示す。最適な  $C_{p,e}$  の値は 0.5 程度となっている。村上、加藤が指摘しているような大きな値とはなっていない。 $C_{p,e}$  に十分大きな値を代入すると測定値に一致しなくなる。

#### (3) 本研究でのモデルの結果

〔図－3〕に本研究で示したモデルでの計算結果を示す。最適な  $C_{p,e}$  の値は 0.4 程度となっている。6章2節で定義したレンジスケールを用いると、 $C_{p,e}$  の値は12程度となる。（6章2節での最適な  $C_{p,e}$  の値は10程度である）。結果は、村上、加藤のモデルとほとんど同じである。

#### (4) 3つのモデルの比較

結果の説明：〔図－4〕に3つのモデルでの計算結果の比較を示す。このグラフでは、最適な  $C_{p,e}$  の値を用いてある。我々のモデルとMKモデルとは、ほとんど同じ結果となっている。

YUのモデルの解釈：我々のモデルの導出方法から、YUモデルを解釈すれば、以下ようになる。即ち、YUモデルでは、

$$P_{i \rightarrow s} = \varepsilon_{i \rightarrow s} = \langle \bar{U}_i \rangle F r_i$$

と仮定したことになる。これは、乱れのエネルギーのdispersive成分  $\langle k_2 \rangle$  のエネ

ルギー収支式（5章(3-8)式）に於て、局所平衡かつ平均流の速度勾配（せん断）によるエネルギー生成が小さいと仮定したことになる。今回計算に用いたキャノピー流では局所平衡は成り立っていない。[補図]に $\langle k_2 \rangle$ の収支式の各成分の分布を図示する。図中の"destruction"項は5章(3-8)式右辺第2項 $(-\epsilon_{1 \rightarrow s})$ を、"diffusion"項は5章(3-8)式右辺第5項（乱流拡散項）を、"production by mean shear"は5章(3-8)式右辺第1項（平均流からの生成項）を、そして"production by drag force"は5章(3-8)式右辺第4項（抗力による生成項）を示す。 $\epsilon_{1 \rightarrow s} = \langle U_i \rangle F r_i$ が成り立たないことは、[補図]から明らかである。乱流拡散項の効果が大きく、局所平衡（エネルギー生成とエネルギー消散が釣り合う）は成り立っていない。このような流れ場では、YUモデルが測定値と異なる可能性は十分ある。（（注）補図の結果は3次元（ $k-\epsilon$ ）モデルを用いて計算したものである。（ $k-\epsilon$ ）モデルを使用したため、計算精度に問題があるが、オーダー比較は可能であろう。）

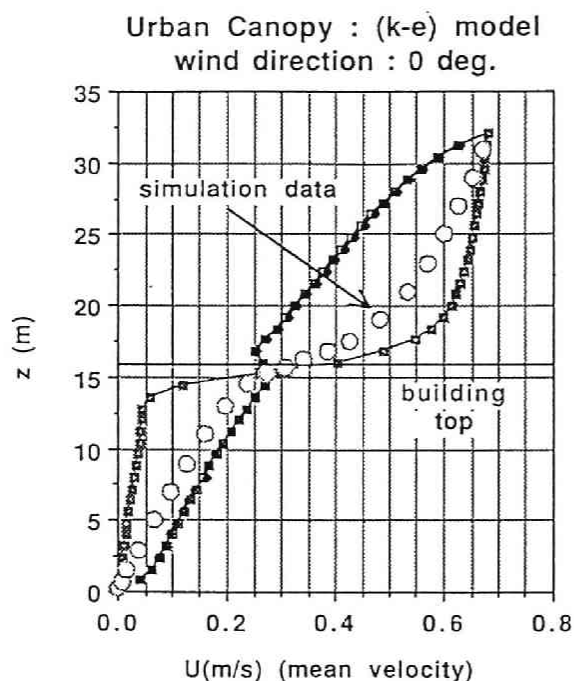
MKモデルの解釈：我々のモデルから、MKモデルを解釈すれば、以下のようになる。即ち、

MKモデルの計算結果では、最適な $C_{p,\epsilon}$ の値は小さい。また、diffと $\alpha$ の選択の任意性から判断すると、我々のモデルで、 $C_{p,\epsilon}$ と $C_{2,\epsilon}$ 双方を変化させたことになる。ただし、 $C_{2,\epsilon}$ の修正量は比較的小さいと想定できる。この点に関しては、以下で考察する。

#### (5) MKモデルの詳細

[図-5]に $\alpha = 0.015$ としたときの結果を示す。 $C_{p,\epsilon} = 0.04 \sim 0.05$ が最適値となっている。[図-6]に $\alpha = 1.5$ としたときの結果を示す。この場合は測定値と一致させることができなかった。[図-2]での結果をも考慮すれば、次の点が推論される。即ち、

MKモデルでは、係数 $\alpha$ に適切な値を代入する必要がある。このとき、最適な $C_{p,\epsilon}$ の値は（標準的な値、 $C_{2,\epsilon} = 1.92$ に比べて）小さい。このことは、MKモデルは、我々のモデルにおいて、 $C_{p,\epsilon}$ と $C_{2,\epsilon}$ を変化させたことになる。しかし、 $C_{2,\epsilon}$ を1.92に固定してもそれほど解に違いはない。



model of Yamada, T.

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \dots + C_{pe} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \cdot Fk$$

parameter :  
crr' = 0

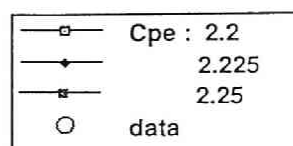
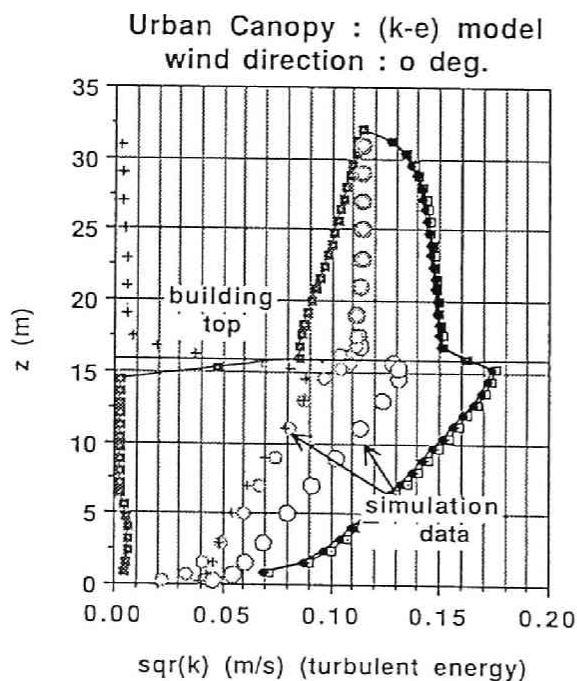


図 - 1 . a Yamada, 鶴野のモデル (平均風速)



model of Yamada, T.

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \dots + C_{pe} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \cdot Fk$$

k : turbulent energy  
k1 : turbulence part  
k2 : dispersive part

parameter : crr'=0

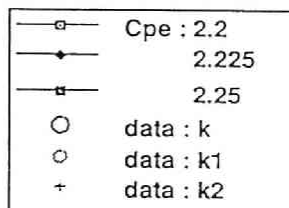
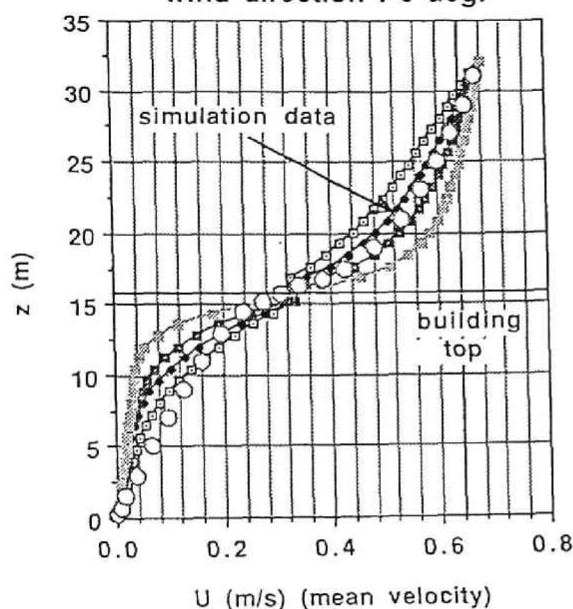


図 - 1 . b Yamada, 鶴野のモデル (乱れのエネルギー)

Urban Canopy : (k-e) model  
wind direction : 0 deg.



model of Murakami & Kato

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \dots + C_{pe} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \frac{k^{3/2}}{\alpha \cdot \text{diff}} - \varepsilon \right]$$

parameter :  $\alpha=0.15$ ,  $\text{crr}'=0$

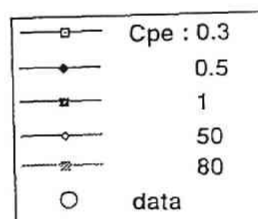
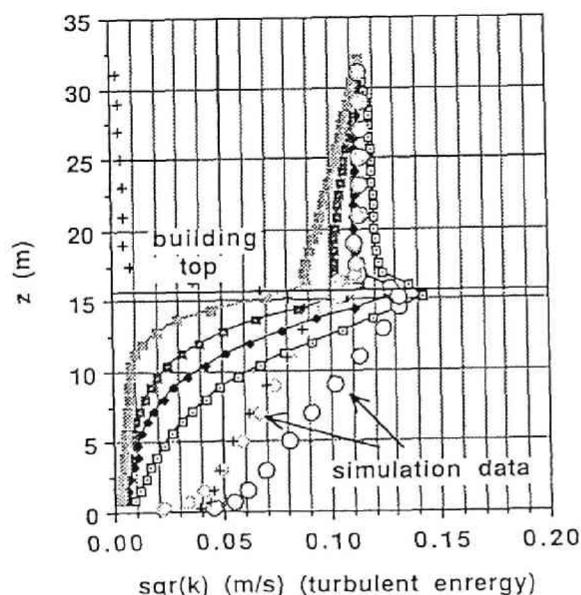


図-2. a 村上, 加藤のモデル (平均風速,  $\alpha = 0.15$ )

Urban Canopy : (k-e) model  
wind direction : 0 deg.



model of Murakami & Kato

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \dots + C_{pe} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \frac{k^{3/2}}{\alpha \cdot \text{diff}} - \varepsilon \right]$$

k : turbulent energy  
k1 : turbulence part  
k2 : dispersive part

parameter :  $\alpha=0.15$ ,  $\text{crr}'=0$

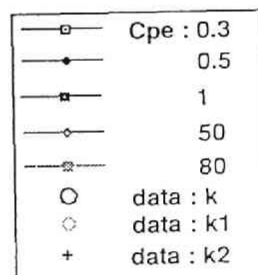
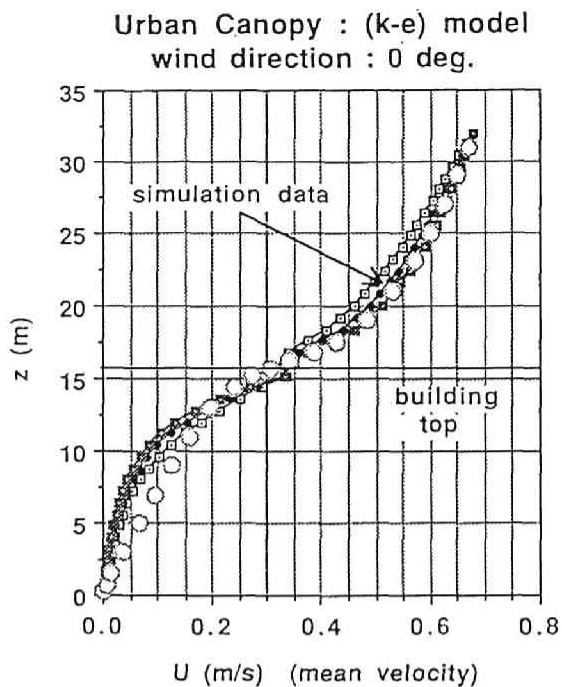


図-2. b 村上, 加藤のモデル (乱れのエネルギー)



presented model

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \dots + C_{pe} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \frac{k^{3/2}}{L}$$

parameter :

$$crr' = 0$$

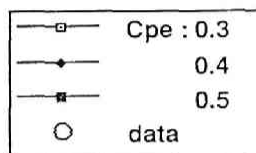
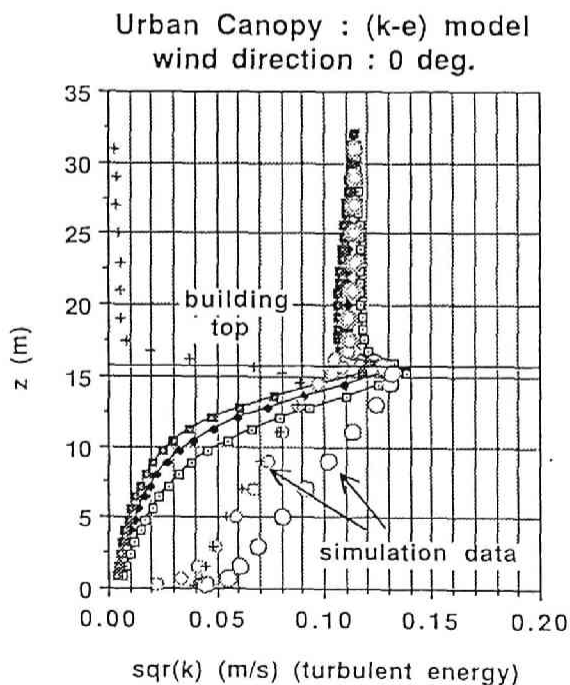


図-3. a この研究で提示したモデル (平均風速)



presented model

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \dots + C_{pe} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \frac{k^{3/2}}{L}$$

k : turbulent energy

k1 : turbulence part

k2 : dispersive part

parameter : crr' = 0

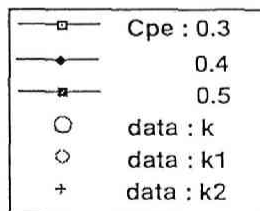


図-3. b この研究で提示したモデル (乱れのエネルギー)

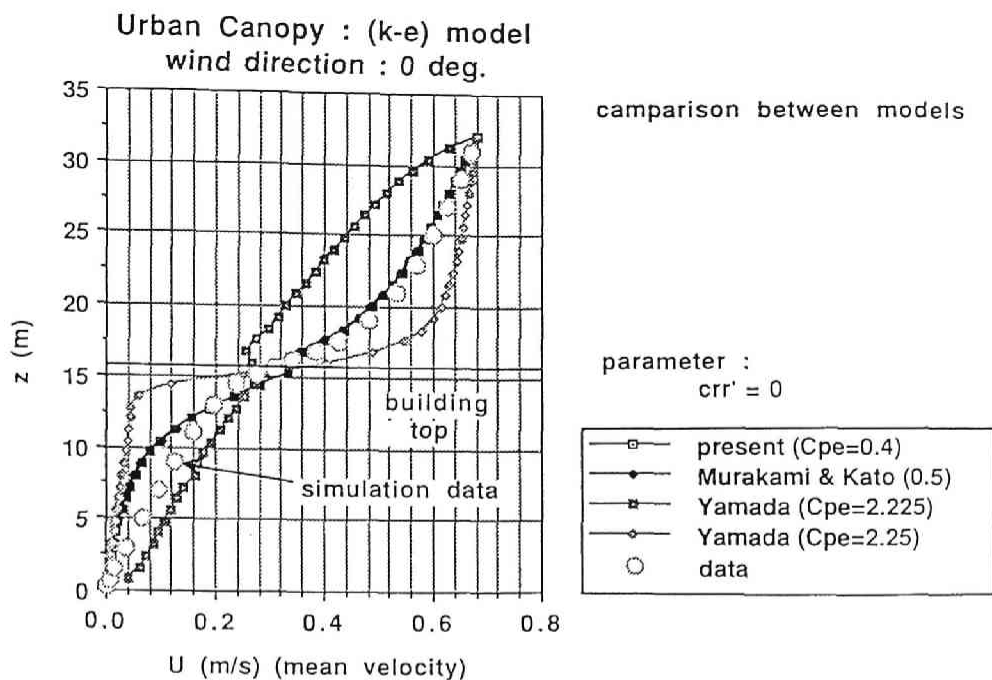


図-4. a モデルの比較 (平均風速)

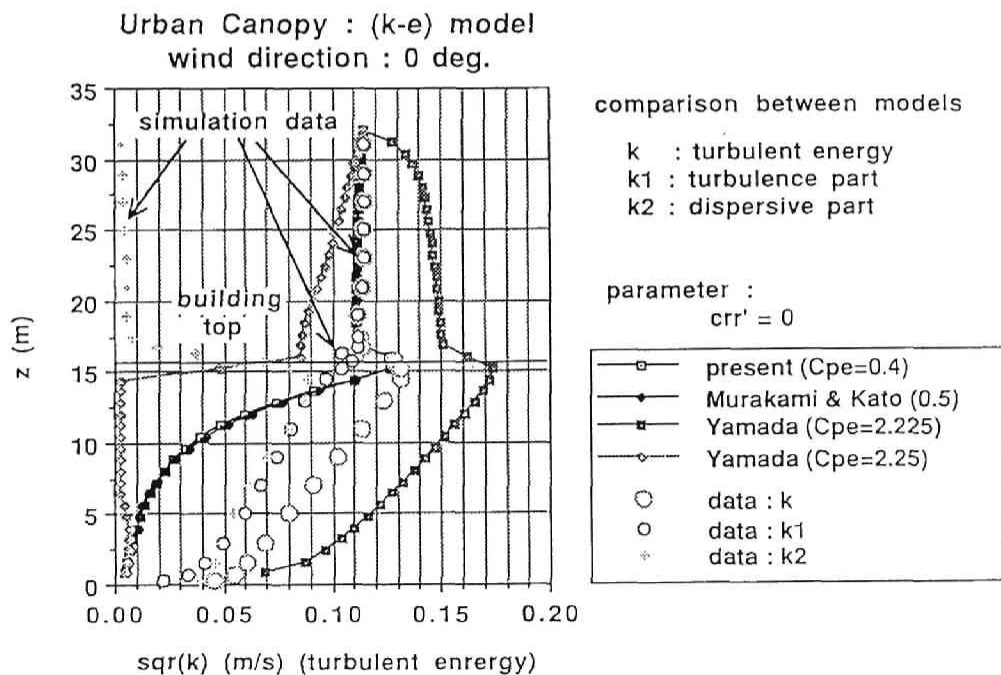
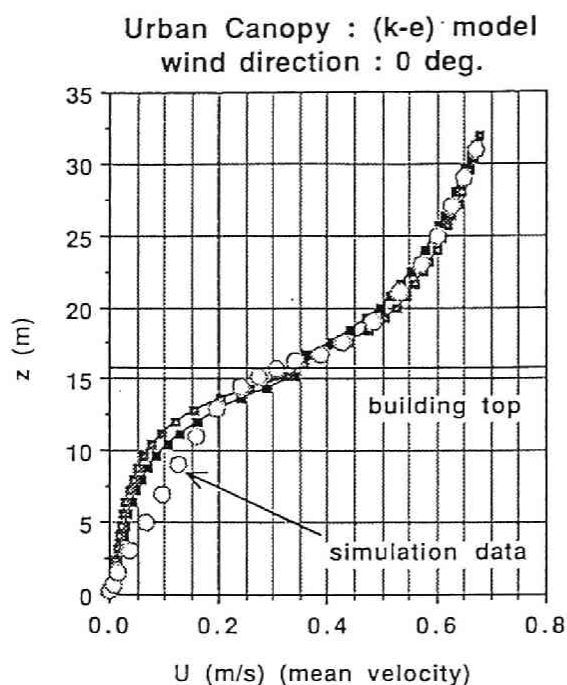


図-4 b モデルの比較 (乱れのエネルギー)





model of Murakami & Kato

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \dots + C_{pe} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \frac{k^{3/2}}{\alpha \cdot diff} - \varepsilon \right]$$

parameter :  $\alpha=0.015$ ,  $crr'=0$

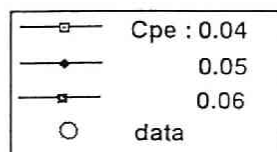
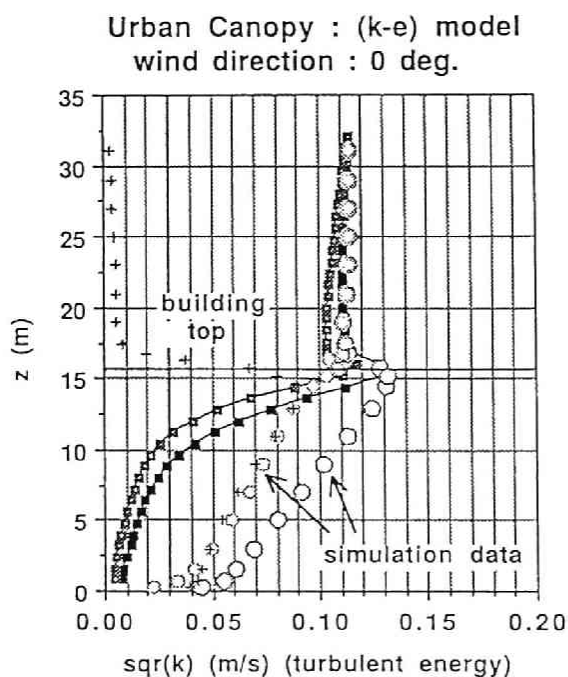


図-5. a 村上, 加藤のモデル (平均風速,  $\alpha = 0.015$ )



model of Murakami & Kato

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \dots + C_{pe} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \frac{k^{3/2}}{\alpha \cdot diff} - \varepsilon \right]$$

k : turbulent energy

k1 : turbulence part

k2 : dispersive part

parameter :  $\alpha=0.015$ ,  $crr'=0$

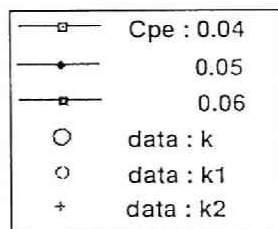
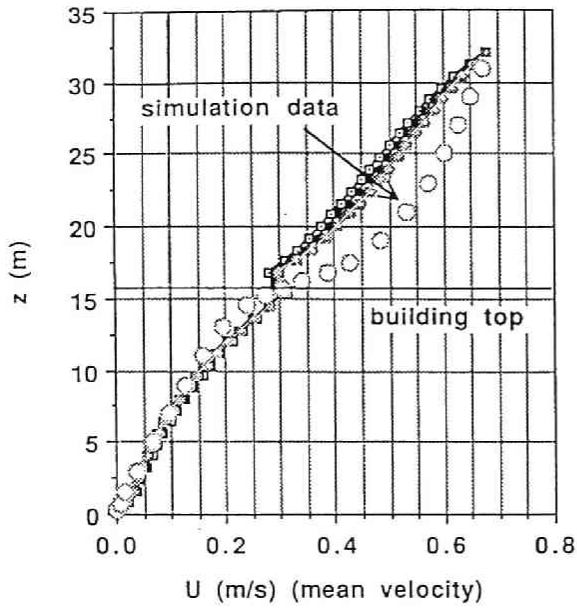


図-5 b 村上, 加藤のモデル (乱れのエネルギー)

Urban Canopy : (k-e) model  
wind direction : 0 deg.



model of Murakami & Kato

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \dots + C_{pe} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \frac{k^{3/2}}{\alpha \cdot diff} - \varepsilon \right]$$

parameter :  $\alpha=1.5$ ,  $crr'=0$

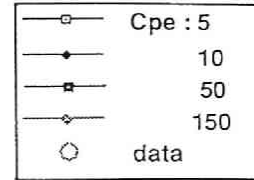
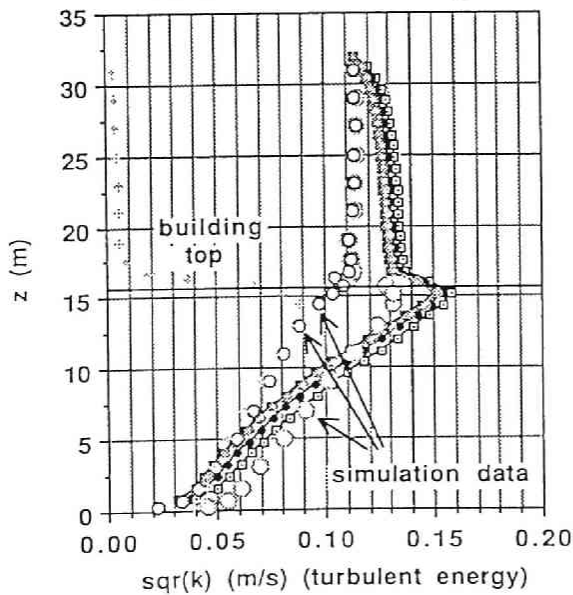


図-5. a 村上, 加藤のモデル (平均風速,  $\alpha = 1.5$ )

Urban Canopy : (k-e) model  
wind direction : 0 deg.



model of Murakami & Kato

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \dots + C_{pe} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \frac{k^{3/2}}{\alpha \cdot diff} - \varepsilon \right]$$

k : turbulent energy

k1 : turbulence part

k2 : dispersive part

parameter :  $\alpha=1.5$ ,  $crr'=0$

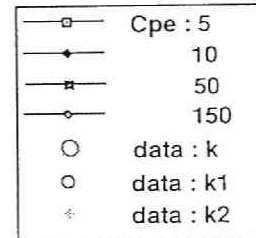


図-5. b 村上, 加藤のモデル (乱れのエネルギー)

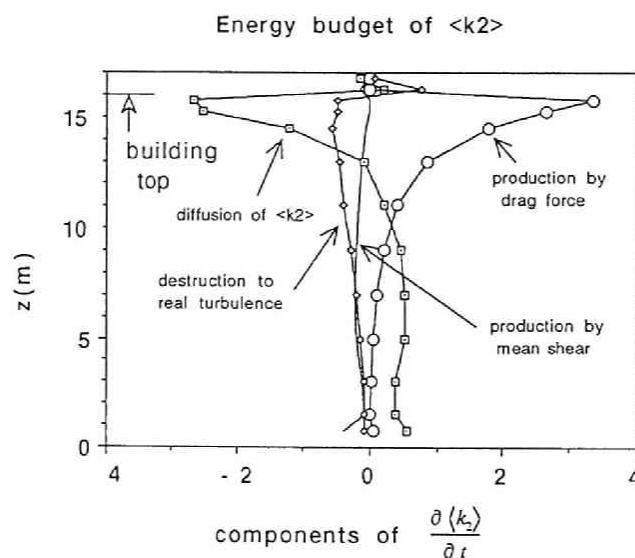
#### 4. まとめ

以上より、各モデルを計算結果において比較した結果、次のことが明らかとなった。

1. YUモデルでは、計算結果は係数 $C_{pe}$ の変化に過度に反応する。測定データと一致させることは困難である。
2. MKモデルでは、適切な $\alpha$ の値を代入する必要がある。このとき、最適な $C_{pe}$ の値は( $C_{2e} = 1.92$ に比べて)小さい。一方、我々のモデルでは、 $C_{2e} = 1.92$ に固定してもそれほど解に違いはない。

我々のモデルの導出方法から他のモデルを解釈すれば、次のようになる。

1. YUモデルでは、乱れのエネルギーのdispersive成分( $\langle k_2 \rangle$ )のエネルギー収支に於て、局所平衡を仮定したことになる。
2. MKモデルは、我々のモデルにおいて、 $C_{pe}$ と $C_{2e}$ を変化させたことになる。但し、その場合 $C_{2e}$ の標準値(1.92)からの変化は小さい。



補図  $\langle k_2 \rangle$  式の収支

## 記 号

Symbol	Description
$C_f, C_{f_i}$	抗力係数、形状係数
$Fr_i$	抗力
$G$	有効体積率
$H$	キャノピー高さ、建物高さ
$k$	乱れのエネルギー
$L$	抵抗物体によって作られる渦 (wake) のレンゲスケール
$u_i, U_i$	流速
$p, P$	圧力
$\overline{u_i u_j}$	レイノルズ応力

Greek Symbol	Description
$\epsilon$	粘性消散率
$\nu$	動粘性係数
$\nu_t$	乱流拡散係数
$\tau_{ij}, T_{ij}$	分子粘性による応力テンソル

Operation	Description
$\langle \rangle$	空間平均を示す
overbar	アンサンブル平均を示す
$\sim$	瞬時値を示す
$f''$	$f'' = f - \langle f \rangle$
$f'$	$f' = \tilde{f} - \bar{f}$

others

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_i &= \bar{u}_i = \bar{\bar{u}}_i, \quad u'_i = \bar{u}_i - \bar{U}_i, \quad \bar{u}''_i = \bar{U}_i - \langle \bar{U}_i \rangle, \quad \langle \bar{U}_i \rangle = \langle \bar{\bar{u}}_i \rangle \\
 \bar{P} &= \bar{p} = \bar{\bar{p}}, \quad p' = \bar{p} - \bar{P}, \quad \bar{p}'' = \bar{P} - \langle \bar{P} \rangle, \quad \langle \bar{P} \rangle = \langle \bar{\bar{p}} \rangle \\
 \overline{u_i u_j} &= \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle + \langle \bar{u}''_i \bar{u}''_j \rangle, \quad k = \frac{1}{2} \overline{u_j u_j} \\
 \bar{\tau}_{ij} &= \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad \bar{T}_{ij} = \bar{\tau}_{ij} = \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \\
 \tau'_{ij} &= \bar{\tau}_{ij} - \bar{T}_{ij}, \quad \bar{T}''_{ij} = \bar{\tau}''_{ij} = \bar{T}_{ij} - \langle \bar{T}_{ij} \rangle \\
 \varepsilon &= \nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle
 \end{aligned}$$

## 参考文献

- [1] Uno, I., Ueda, H. and Wakamatsu, S.: 1989, 'Numerical Modeling of the Nocturnal Urban Boundary Layer', Boundary-Layer Meteorol. 49, 77-98.
- [2] Wilson, J.D.: 1988, 'A Second-order Closure Model for Flow through Vegetation', Boundary-Layer Meteorol. 42, 371-392.
- [3] Wilson, N.R. and Shaw, R.H.: 1977, 'A Higher Order Closure Model for Canopy Flow', J. Appl. Meteorol. 16, 1197-1205.
- [4] Yamada, T.: 1982, 'A Numerical Model Study of Turbulence Airflow in and above a Forest Canopy', J. Meteorol. Soc. Japan 60, 439-454.
- [5] 村上、加藤、Launder, B.E., and 鈴木, 1988a, '層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染物拡散性状に関する研究（その6）', 生産研究, vol.40, 67-70.
- [6] 村上、加藤、Launder, B.E., and 鈴木, 1988a, '層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染物拡散性状に関する研究（その7）', 空気調和・衛生工学会学術講演会講演論文集, 717-720.

## 第9章 3次元市街地風の数値計算

### 1. はじめに

この章では、都市キャノピー内部の気流の数値計算の詳細について説明する。この章のデータは第6章における都市キャノピー乱流の基礎データとして用いている。

この章での目的は、建物が周期的に配置された市街地での気流分布を数値計算により調べることである。周期的に配置された建物からなる空間での計算例は少なく、どのような支配方程式、境界条件を用いれば良いかが明確でない。この章では主に支配方程式と境界条件について考察する。2節と3節では支配方程式と境界条件について、4節では3次元市街地空間の気流分布について考察する。

### 2. 予備的考察

〔図-1〕に示すような建物が規則的に配置された市街地空間での気流性状を数値計算で調べるとき、計算領域をどのように取るか、また境界条件をどうするかが問題となる。〔図-1〕のように同一の建物が規則的に配置された空間では、破線で示した範囲を計算領域とし、断面境界で風速に関して周期境界条件を導入するのが数値計算を行なううえで最も適当である。

断面境界で周期境界条件を用いたとき、次のような計算方法が考えられる。

(1) 断面境界に圧力差を与えず、上層の水平境界面で風速を指定する。

(2) 断面境界の風上側と風下側に圧力差を与える。

(1)の方法では、上層部の風速を規定し、断面境界で風速、圧力ともに周期境界を用いる。この時、領域への運動エネルギーの供給は上層風速（と、その勾配）に因る。〔Appendix-1〕参照。

(2)の方法では、計算領域に圧力差を与えておけば上層部の風速はその圧力差に相当するだけの値が結果として生ずる。周期境界条件のため、領域内の運動エネルギーの減衰量は圧力差によって供給されることになる。

以下では、(1)，(2)の計算方法について、境界条件も含めて検討する。

#### [計算方法についての考察]

以下では、[図-1]に示すような市街地空間の気流性状の計算において、上記(1)、(2)の計算方法のうち、どちらが適当かを上層部の乱れの統計量の境界条件も含めて検討する。

数値計算をする際の乱流モデルに対しては、(k-ε)2方程式モデルを用いるものとする。境界条件に関しても、このモデルの変数(平均風速、平均圧力、乱れのエネルギー、そして粘性消散)について考察する。

平均流の方程式は、(2.1-1)式のように表わされる。

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \beta_i - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \quad (2.1-1)$$

ここで、密度を1とした。 $\beta_i$ は圧力勾配を表わし、定数である。(  $\beta_i$  が定数になることについては、[Appendix-2]参照。)  $\beta_i=0$ の時は、断面境界で風上側と風下側の圧力差がゼロとなる。このとき計算領域に与えられるエネルギーは境界上端の風速となる。 $\beta_i \neq 0$ のときは断面境界で風上側と風下側に圧力差を作り、圧力勾配項を加えたことになる。

計算領域の上層部では、流れは水平面内で一様になっていると考えられるため、上層部のみを考えると(2.1-1)式は高さ方向のみの1次元乱流と近似できる。

$\beta_i \neq 0$ のとき、平均流のプロファイルは[対数+1次]のプロファイルに近いと想定される。 $\beta_i=0$ のとき、平均流のプロファイルは対数則に従うものと考えられる。( [Appendix-3] 参照)

以上のような観点から、以下では1次元乱流を取り上げ、上層部でどのような境界条件が適当か、圧力勾配項( $\beta_i$ )の導入の是非、そして計算領域の高さの問題について考察する。

### 3. 支配方程式と境界条件の検証

#### (3. 1) 1次元乱流モデルでの検討

前節で示したような、建物が規則的に配置された市街地空間の気流性状を数値計算で求めるとき、風速に関して断面境界に周期境界条件を導入すると、計算領域の上層部の風速は水平面内で様になり、高さ方向のみに変化することになる。これは1次元乱流と同じであるため、ここでは1次元乱流境界層を取り上げ、どの支配方程式が適当化か、また計算領域上端でどの境界条件が適当かを調べる。計算領域上端はどの程度の高さにとっておくべきかについても考察する。

以下に1次元 ( $k-\epsilon$ ) 乱流モデルの式を示す。(但し、密度=1)

(運動量式)

$$\frac{d}{dz} \left[ \nu_t \frac{d\bar{U}(z)}{dz} \right] = -\beta \quad (3.1-1)$$

(乱れのエネルギー)

$$\frac{d}{dz} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{dk}{dz} \right] + S - \epsilon = 0 \quad (3.1-2)$$

(粘性消散)

$$\frac{d}{dz} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{d\epsilon}{dz} \right] + \left( \frac{\epsilon}{k} \right) [c_{1\epsilon} S - c_{2\epsilon} \epsilon] = 0 \quad (3.1-3)$$

(渦動粘性係数)

$$\nu_t = C_D \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.1-4)$$

(乱れのエネルギー生成項)

$$S = \nu_t \left( \frac{d\bar{U}(z)}{dz} \right)^2 \quad (3.1-5)$$

高さ方向の運動量保存式から次式が生じる。

$$\frac{d}{dz} \left[ \frac{2}{3} k + \bar{P} \right] = 0 \quad (3.1-1)'$$

(3.1-1) 式に現われる  $\beta$  は定数 (圧力勾配) である。

係数の値は以下の表に示す。



$C_D$	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$C_{1\epsilon}$	$C_{2\epsilon}$
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92

1次元乱流境界層を上記で示した ( $k-\epsilon$ ) 乱流モデルで計算するとき、[表-1] で示した境界条件が考えられる。ここで、境界条件 (A) は乱流境界層上端での境界条件に相当する。境界条件 (B) は constant flux layer での境界条件に相当する。

(注-1) constant flux layer の高さ、平均風速、乱れのエネルギーそして粘性消散を何らかの方法 (測定あるいは風洞実験) で知り得るなら、上層境界での境界条件は  $k$  と  $\epsilon$  に対して第1種の境界条件を用いればよい。この場合、( $k-\epsilon$ ) モデルを用いて平均風速、乱れのエネルギーともに定量的予測が可能である。

(注-2) (B) の境界条件で  $dk/dz=0$  を用いると、地表面 ( $z=0$ ) でも同じ境界条件を用いるため、乱れのエネルギー ( $k$ ) の境界条件については Neumann 型になっている。このとき、線形方程式の場合には、解は定数項を除いて一意 (つまり計算領域内で乱れのエネルギー ( $k$ ) のパターンは一意であるが、その絶対値は不定) となり、乱れのエネルギーの値は定まらないということになるが、( $k-\epsilon$ ) モデルでの計算結果では  $k$  の値は適当な初期値のもとで一意であったため、 $dk/dz=0$  の境界条件は妥当と考えられる。これは、( $k-\epsilon$ ) モデルでの  $k$  に関する強い非線形性のためと考えられる。

(3.1-1) 式内の  $\beta$  (定数) が  $\beta \neq 0$  のとき、流れは圧力勾配によって作り出される。 $\beta = 0$  のとき、流れは上端で与えられる風速によって作り出されることになる。 $\beta = 0$  の場合には、(3.1-1) 式はレイノルズ応力が一定となる。また、レンゲスケールが高さ  $z$  に比例、乱れのエネルギーは一定となる。平均流のプロファイルは対数となる。一方、 $\beta \neq 0$  の場合には平均流のプロファイルは [対数+1次] の形になり、対数則から外れる可能性がある。([Appendix-3] 参照) 以下では、上記の式を実際に解き、風速のプロファイルが対数則に一致するか、また乱れのエネルギーが一定となる層 (constant flux layer) が現われるか否かを調べる。

### (3. 2) 1次元乱流モデルでの結果

〔表-2〕 (Run 1 ~ Run 6 と Run 2\*) に示すように、2種類の支配方程式、境界条件、そして境界の高さに関して、1次元 ( $k - \epsilon$ ) 乱流モデルを用いて数値計算を行ない、どのような支配方程式や境界条件が適当であるかを調べた。また、境界高さの影響についても検討した。境界の高さ 55 cm は風洞実験での乱流境界層上端の高さ、25 cm は constant flux layer 上端の高さである。2次元、3次元の市街地空間での気流性状を数値計算により調べるとき、その上層部では水平面内で一様な流れとなるため、1次元乱流により支配方程式や上層部の境界条件を検討することは意味がある。

Run 10 は ( $k - \epsilon$ ) 2 方程式モデルにより、風洞の 2 次元シミュレーションを行なったものである。このシミュレーションは 2 次元乱流境界層と 1 次元乱流境界層との違いを調べるために行なった。風洞の概要を〔図-2〕に示す。(風洞実験のデータは防災研究所 丸山氏から頂いた。)

風洞実験の条件は以下の通りである。

- |          |   |  |
|----------|---|--|
| 1) 粗度間隔  | : | 1 : 3  |
| 2) 圧力勾配  | : | 測定風洞内で $dP/dx = 0$                             |
| 3) 粗度の寸法 | : | 45mm X 45mm X 2100mm (2次元ラフネス)                 |
| 4) 測定位置  | : | 測定風洞より $y = -155$ mm                           |
|          |   | 粗度要素間の中央                                       |
|          |   | ラフネス風上前縁より 64 本目と 65 本目の間。                     |
|          |   | ただし、粗度は測定風洞前縁から $x = 3900$ mm の位置に 1 本目を置いてある。 |
| 5) 基準風速  | : | 境界層上で約 10 m/s                                  |
| 6) 測定装置  | : | X 型熱線風速計                                       |

乱れのエネルギー ( $k$ ) は以下のようにして求めた。

$$k = \frac{1}{2} \sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2}$$

ここで、 $u'$  と  $w'$  は測定値である。

測定では、

$$\sqrt{u'^2} : \sqrt{w'^2} \cong 1 : 0.5$$

であったため、文献<sup>2)</sup>より

$$\sqrt{v'^2} = 0.75 \sqrt{u'^2}$$

とした。

Run 1 ～ Run 6, Run 10 において粗度長 ( $z_0$ ) は 1.3 cm とした。この値は風洞実験から推定した。

## [結果]

計算結果を [図-3] から [図-6] に示す。

[図-3] は平均風速をプロットしたものである。横軸の風速は高さ  $z = 55$  cm (乱流境界層上端の高さ) での風速で基準化した。結果は Run 2 が最も実験値に一致した。Run 2 の結果は、2 次元乱流境界層のシミュレーションである Run 10 の結果とほとんど一致しており、上層での対数則からのずれも追隨している。以上の結果から、十分発達した乱流境界層では平均流に関しては 1 次元モデルで十分であると判断できる。Run 1 の結果は実験値から大きく外れている。この原因は、Run 2 と比較して乱れのエネルギー ( $k$ ) と粘性消散 ( $\epsilon$ ) の境界条件によるものと考えられる。Run 3 と Run 4 も実験データとは一致しない。これは、支配方程式の違い ( $\beta \neq 0$ ) と平均流の上端の境界条件 ( $dU(z)/dz = 0$ ) が原因しているものと推定できる。以上より方程式に関しては圧力勾配項を導入しない方法 ( $\beta = 0$ ) が、境界条件に関しては [表-1] に示す (B) の境界条件が適当と言える。1 次元乱流境界層の計算では、境界層上端で実際の境界条件 (A) を用いるよりも constant flux layer での境界条件 (B) を用いるほうが良い結果を生じる。平均流に対しては、1 次元乱流モデルを用いて十分に 2 次元乱流境界層での速度プロファイルを計算することができる。(注) 速度プロファイルの  $\beta$ -非依存性については [Appendix-4] 参照)

[図-4] は高さ  $z = 25$  cm での風速で基準化した場合の風速のプロファイルを示

す。結果は Run 5 と Run 2\* が実験と良く一致している。このことから上層の境界高さは適当に与えておけば良いことがわかる。Run 6 は実験結果と一致しない。この原因は [図-3] の場合と同様に、支配方程式に圧力勾配項 ( $\beta \neq 0$ ) を加えたこと、および、上端の境界条件によると考えられる。以上により、平均流に関しては、Run 2 や Run 5 の支配方程式と境界条件を用いたとき、境界高さの指定は適当で良いことがわかる。

[図-5] に乱れのエネルギーの分布を示す。横軸は高さ  $z = 55$  cm での風速で基準化してある。結果は Run 10 以外は実験値と一致していない。Run 10 は 2 次元乱流境界層を計算したものであり、乱れのエネルギーの分布は constant flux layer より上の境界層上層部では 2 次元的流れの影響を強く受けていると考えられる。Run 10 の結果は、

$$\frac{d}{dz} \left[ \frac{2}{3} k + \bar{P} \right] \neq 0$$

となっており (密度 = 1)、 $x$  方向の変化は高さ方向に比べ無視しえるが、 $W$  成分の運動量式は 1 次元的ではない。Run 10 のように風洞全体の 2 次元計算を行なえば constant flux layer より上層の乱れのエネルギーの予測も可能である。1 次元計算では constant flux layer より上層の乱れのエネルギーの分布をも予測することは不可能である。Run 1 での乱れのエネルギーの境界条件は 1 次元モデルでは分布が実験値と合わなくなっている。Run 2 の境界条件でも同様である。Run 3 と Run 4 では constant flux layer の部分が生じていない。この原因は、支配方程式に圧力勾配項 ( $\beta \neq 0$ ) を入れたためである。以上、乱れのエネルギーの分布に関してはどの計算結果も平均風速の分布に比べ、実験値との対応が悪い。支配方程式に圧力勾配項を加えると constant flux layer が生じなくなり、定性的にも実験と大きく異なる。支配方程式に圧力勾配項を加えない場合 ( $\beta = 0$ )、(B) の境界条件では境界上端でゼロにならない。(A) の境界条件では境界上端で急激にゼロになり、実験結果と異なる。

[図-6] も同様に乱れのエネルギーの分布を示す。ただし、横軸は高さ  $z = 25$  cm での風速で基準化している。結果は、Run 5 と Run 2\* で constant flux layer が生じているが、Run 5 と Run 2\* の値は互いに異なっており、境界高さの取り方に影響さ

れている。Run 6 は定性的にも実験値と大きく異なっている。以上、乱れのエネルギーに関しては境界高さの影響を受け、またどの計算結果も実験値と一致しないが、Run 2 と Run 5 の方法が constant flux layer が生じる分だけ良い。ただし、風洞実験や乱流境界層の 2 次元シミュレーションにより constant flux layer の高さ、および平均風速、乱れのエネルギーを予め規定できる場合には、1 次元境界層の計算において constant flux layer の高さで平均風速と乱れのエネルギーの値を与えておけば、1 次元計算でも  $k$  の分布の定量的予測は可能である。

以上より次のことが明かとなった。

- (1) 圧力勾配をゼロ ( $\beta = 0$ ) とした支配方程式を使用すべきである。
- (2) constant flux layer の位置とその高さでの平均風速、乱れのエネルギー（および粘性消散）が既知なら、平均風速、乱れのエネルギーともに定量的に予測することができる。乱れのエネルギーが未知量なら第 2 種の境界条件を用いておけば良い。但し、この場合には乱れのエネルギーの定量的予測は困難である。
- (3) constant flux layer の位置が不明の場合、適当な高さで平均風速を与え、乱れのエネルギーに関しては第 2 種の境界条件を与える。この場合には、平均風速の予測は可能であるが、乱れのエネルギーの定量的予測は困難である。

### (3. 3) 2 次元模型での計算結果との比較

前節では、1 次元乱流境界層を取り上げ、( $k - \epsilon$ ) 乱流モデルを用いて解析した。その際に、どのような支配方程式と境界条件を用いればよいかを検討した。また境界層の高さについても考察した。その結果、支配方程式に関しては圧力勾配項をいれない方法 ((2.1-1) 式で、 $\beta_i = 0$ ) が、境界条件に関しては [表-1] の (B) の境界条件が適当と判断した。このとき、平均流については対数則が成立し、風洞実験による結果と一致した。但し、乱れのエネルギーに関しては実験との一致は得られなかった。境界層の高さの条件に関しては、平均流に対しては、その影響は少なかった。乱れのエネルギーへの影響は大きく、境界層の高さの高低は乱れのエネルギーの値を変化させることが明かとなった。以上、平均流に関しては、上記の境界

条件と支配方程式を用いることは妥当であると推定できる。

この節では、粗度が周期的に配置された2次元模型での数値計算を行ない、どのような支配方程式、境界条件が適当か、また計算領域の高さをどの程度にとるべきかについて検討を行なった結果について述べる。

解析に使用した計算領域と数値計算に用いた計算メッシュについて〔図-7〕と〔図-8〕に示す。〔図-7〕は領域の上端を粗度高さ（H）の5倍、〔図-8〕は12倍の高さまでとっている。風洞実験での結果によれば、5Hの高さは constant flux layer の上端に相当し、12Hの高さは、充分発達した乱流境界層の上端に相当する。

今回の計算において、設定し得る境界条件と支配方程式を〔表-3〕に示す。正確には、上層境界では  $k$  と  $\epsilon$  に対して第1種の境界条件を用いるべきであるが、この条件を知るには、あらかじめ風洞実験か数値計算により風洞のシミュレーションを行なっておく必要がある。今回のような市街地の風速計算では、境界上端での  $k$  と  $\epsilon$  をまえておくことは困難である。constant flux layer では粘性消散は地表面からの高さに逆比例するため、粘性消散に対する上記の境界条件は十分な精度で成り立つ。

以下に、計算結果と実験結果との比較検討を行なう。

## 〔結果〕

〔表-2〕に示す計算条件（Run 7～Run 8）につての結果を示す。

〔図-9〕に平均風速の高さ方向の分布を示す。プロットした箇所はキャビティ中央部をとった。また風速は領域の上端の風速で基準化している。Run 8 と Run 9 は領域の高さが5H、Run 7\* は領域の高さが12Hの場合の計算結果である。Run 7\* では5Hの高さでの風速で基準化している。Run 8 と Run 7\* の結果は実験と良く一致している。Run 9 は実験値と一致していない。このことから、計算に用いる支配方程式は圧力勾配項がない方（〔表-3〕の方程式で、 $\beta_i = 0$ ）が良いと判断できる。また平均流に関しては計算領域の高さの高低の影響はないといえる。キャビティ内での風速の計算値と実験値との不一致は次の3つの原因

- （1）測定センサーの位置のずれ

## (2) X型プルーブによる測定誤差

## (3) 乱流モデル自身の限界

が考えられるが、現在のところ明らかでない。

〔図－10〕に乱れのエネルギーの高さ方向の分布を示す。プロットした箇所は平均風速と同様、キャビティ中央部をとった。グラフの横軸は乱れのエネルギーを高さ5Hでの平均風速で基準化している。Run 8とRun 7\*ではconstant flux layer部分が計算で現われており、定性的には実験データと一致していると言える。ただし、計算領域の高さの影響は乱れのエネルギーの定量的な予測を不可能にしている。乱れのエネルギーを正確に予測するためには、境界の上端（constant flux layer内）に取るべきである）で正確な量を与えておくべきである。このためには、予め風洞実験かRun 10のように風洞全体のシミュレーションを行なう必要がある。今回のように市街地上層の風速の乱れの性状が不明な場合でのキャビティ内の気流性状を予測する際には、乱れのエネルギーをも正確に計算することは不可能と考えられる。Run 9は支配方程式に圧力勾配項を導入した場合（ $\beta_i \neq 0$ ）であるが、この場合には、constant flux layerの部分が発生せず、定性的にも実験データと一致しない。乱れのエネルギーの分布は実験値と大きく異なる。

以上の結果から、2次元模型に関しても1次元の場合と同様、支配方程式は圧力勾配項を加えず、また境界上端での境界条件は〔表－1〕の（B）の境界条件が適当と考えられる。平均流に関しては境界上端の高さの取り方は影響しないと言える。ただし、乱れのエネルギーの予測に関しては、今回の方法では信頼性に乏しい。

〔図－11. 1〕はRun 8での流れのパターンを示したものである。キャビティ内では大きな循環流になっているのがわかる。

〔図－11. 2〕はRun 8での乱れのエネルギーの等高線図である。粗度の上流側上端部で大きな乱れになっている。

〔図－11. 3〕はRun 8でのメッシュレイノルズ数の等高線図を示している。このグラフではメッシュ分割の影響が大きいことが読み取れる。

〔図－12. 1〕から〔図－12. 3〕ではRun 9での結果を示した。流れのパターンとメッシュレイノルズ数のパターンに関してはRun 8とほぼ一致している。乱れのエネルギーのパターンは上層部でRun 8と異なっているのがわかる。

### (3. 4) まとめ

〔図－１〕に示すような規則的に配置された建物群からなる市街地空間を断面境界において周期境界条件を用いて数値計算を行なう際に、以下の点を考慮する必要がある。

(1) 平均風速、圧力、乱れのエネルギーはすべて周期境界条件を使用し、圧力勾配項入れない方 ( $\beta = 0$ ) がよい。

(2) 上層の水平面での境界条件に関しては、次の２種類の境界条件が考えられる。

(イ) 風洞実験及び風洞の数値シミュレーションにより大気境界層があらかじめ作り出せる場合：

この場合には constant flux layer の高さとその高さでの乱れのエネルギー（および粘性消散）が予測できるため、〔図－１〕での境界高さを constant flux layer 内に取り、その高さで、平均風速、圧力（ゼロで良い）、乱れのエネルギーを与える。使用する乱流モデルが正しければ、乱れのエネルギーをも正確に予測し得る。ただし、( $k - \epsilon$ ) 乱流モデルでは、モデルの精度の問題により、キャビティ内の乱れのエネルギーの定量的予測は困難であろう。上層部の乱れのエネルギーの予測は可能である。

(ロ) 風洞実験及び風洞の数値シミュレーションを行なわない場合：

この場合には、〔図－１〕の境界高さは建物高さに比べ十分高い位置（５倍以上が適当）に取っておけば良い。この高さで、平均風速と圧力（ゼロで良い）を規定（第１種境界条件）する。乱れのエネルギーと粘性消散率に関しては高さ方向の微分がゼロ（第２種境界条件）としておけば良い。ただし、この境界条件では、乱れのエネルギーの定量的予測は困難であるが、正確な予測は不可能である。平均風速に関してはこの程度の境界条件でも予測可能である。



#### 4. 市街地風の計算

〔図－１〕に示すようなモデル化された市街地空間で気流性状を数値計算により調べた。建物配置は同一の建物が規則的に配置されているものと想定した。建物は高さ（ $H$ ）、巾（ $D=H$ ）の立方体を考えた。道路巾は建物高さと同じにした。計算領域は〔図－１〕の破線内の領域である。計算領域の高さは、２節、３節の予備解析の結果から建物高さの５倍とした。また上層の境界では風向と風速を与えた。

計算方法は次のように行なった。

（１）乱流モデル：（ $k-\epsilon$ ）２方程式モデル。基礎式と境界条件については、〔表－４〕，〔表－５〕に示す。

（２）数値解法：SMAC法<sup>1)</sup>を用いる。空間差分に関しては、平均流に対してはメッシュレイノルズ数が１０以上のとき風上差分、１０以下のときは中心差分とした。乱れの量（ $k$ と $\epsilon$ ）に対しては、風上差分とした。時間差分はAdams-Bashforthスキームを用いた。時間刻み巾は前進差分スキーム（空間差分は中心差分）で安定な時間刻みの５倍を用い、各時間ステップで可変とした。メッシュレイノルズ数（ $R_x$ ， $R_y$ ， $R_z$ ）は $x,y,z$ 方向で各々次式で定義した。

$$R_x = \frac{|U|\Delta x}{\nu_t}, \quad R_y = \frac{|V|\Delta y}{\nu_t}, \quad R_z = \frac{|W|\Delta z}{\nu_t}$$

メッシュレイノルズ数に関しては、風速など各変数の定義点を中心として、各々の変数に対してメッシュレイノルズ数を各々計算した。

数値計算に用いた分割を〔図－１３〕に示す。〔図－１４〕は以下で示す風速の３次元ベクトル図のための断面を示す。

#### 〔結果〕

以下では、〔図－１〕に示した３次元市街地空間での風速ベクトルの詳細を示す。これらの計算結果は、６章での都市キャノピー乱流の数値実験データとして利用した。

〔図－１５〕と〔図－１６〕は３次元市街地空間での風速ベクトルである。〔図

－15] は上層風の風向が0度のとき、[図－16] は上層風の風向が22.5度のときの風向ベクトルである。[図－15. x1] は上層風の風向が0度で、x1断面での3次元の風速ベクトルを示す。断面の詳細については、[図－14] 参照。[図－15. x1] から[図－15. x3] を調べてみると、風下側のキャビティと上層風の風向に沿ったキャビティ部分とは、風速ベクトルが異なっている。[図－15. y2] では流れは上層風に沿って流れている。[図－15. y2'] はy2断面での風速ベクトルの2次元図である。[図－15. y5] , [図－15. y5'] から風下側のキャビティでは大きな渦が発生している。[図－15. y6] から、建物の端部でのy6断面の風速ベクトルをみると、渦は2次元的でなく、3次元的な流れをしており、2次元空間の場合と異なっている。[図－15. z1] と[図－15. z1'] は地表面付近の風速ベクトルである。地上風は建物の影響を強く受け、上層風の風向に沿った流れと、逆方向の流れが混在している。[図－15. z2]、[図－15. z3] と断面の高さを変えていくと、流れのパターンは高さ方向によって変わっていくのがわかる。z6、z7と断面をより高くしていくと、流れは水平になっていく。

[図－16] は上層風の風向が22.5度のときの風向ベクトルである。上層では、風向は建物に対して22.5度の角度であるが、建物高さ以下では建物の影響を受け、建物に沿った流れの部分と、大きな渦の発生している部分に別れ、上層風の風向が0度の場合と似た形になっている。但し、上層風の風向が0度の場合と異なり、流れのパターンのx軸に対する対称性はなくなっている。

[ Appendix-1 ] 周期境界条件でのエネルギー供給について

平均流の運動エネルギー式は次式で与えられる。(密度を1とする。)

$$\frac{\partial \bar{K}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j \bar{K}}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{P} \bar{U}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial R_{ij} \bar{U}_i}{\partial x_j} - \bar{\varepsilon} \quad (\text{A.1-1})$$

ここで、

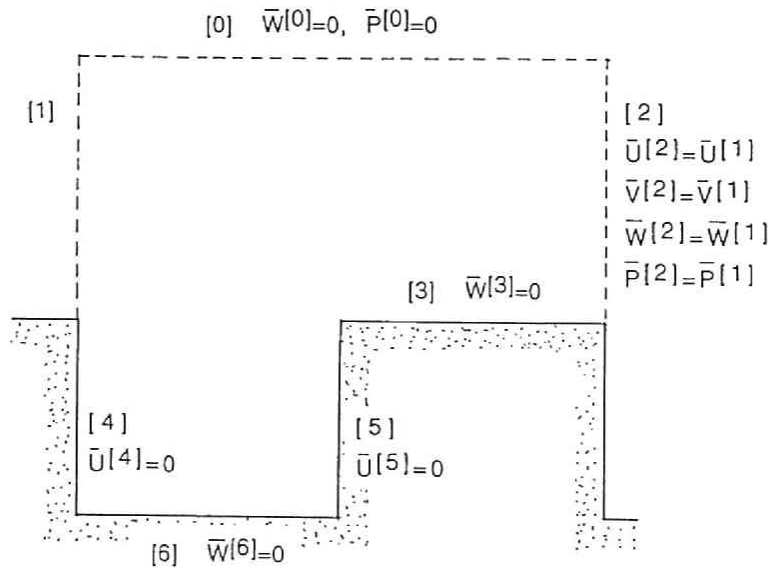
$$\bar{K} = \frac{1}{2} \bar{U}_j \bar{U}_j$$

$$\bar{\varepsilon} = R_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}$$

$$R_{ij} = -\overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

図に示すような2次元建物群を考える。定常状態を仮定し、(A.1-1)式を計算領域内で積分すると、(A.1-2)式のように表わされる。(n<sub>i</sub>は法線ベクトルのi成分)

$$\iint_s \bar{K} \bar{U}_n ds = - \iint_s \bar{P} \bar{U}_n ds + \iint_s \bar{U}_i R_{ij} n_j ds - \iiint_V \bar{\varepsilon} dV \quad (\text{A.1-2})$$



$$(1)term = \iint_{[0]} \bar{K} \bar{W}^{[0]} ds - \iint_{[1]} \bar{K} \bar{U}^{[1]} ds + \iint_{[2]} \bar{K} \bar{U}^{[1]} ds \\ + \iint_{[3]} \bar{K} \bar{W}^{[3]} ds + \iint_{[4]} \bar{K} \bar{U}^{[4]} ds + \iint_{[5]} \bar{K} \bar{U}^{[5]} ds + \iint_{[6]} \bar{K} \bar{W}^{[6]} ds = 0$$

$$(2)term = 0$$

(2) 項は (1) 項と同様にエネルギー供給に関与しない。)

固体表面で平均速度はゼロ、周期境界断面で面の法線方向が反対になることを考慮すると、

$$(3)term = \iint_{[0]} v_i \left( \bar{U}^{[0]} \frac{d\bar{U}^{[0]}}{dz} + \bar{V}^{[0]} \frac{d\bar{V}^{[0]}}{dz} \right) ds$$

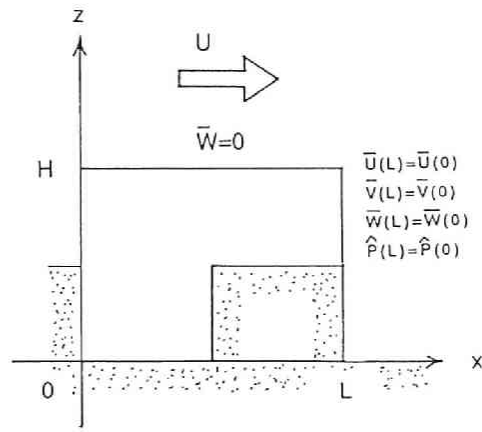
(4) term は領域内での、平均流の運動エネルギーの乱れのエネルギーへのエネルギー消散を示す。

以上により、エネルギー供給は上層部のみである。

[ Appendix-2 ] 圧力勾配項の導入方法について ( $\beta_i = \text{constant}$  の証明)

簡単のために下図のように長さ  $L$  の距離で風速が周期的になっている 2 次元領域を考える。

圧力は風下の境界 ( $x = L$ ) で  $\Delta P(L)$  の圧力損失があるが、圧力のパターンは風上境界 ( $x = 0$ ) と同じと仮定する。



即ち、

$$\bar{P}(x+L, z) = \bar{P}(x, z) - \Delta \bar{P}(L)$$

$$(0 \leq z \leq H, \quad 0 \leq x \leq L)$$

圧力  $P(x, z)$  を周期成分  $\hat{P}(x, z)$  と非周期成分  $P'(x, z)$  に分離する。即ち、

$$\bar{P}(x, z) = \hat{P}(x, z) + P'(x, z)$$

$$\hat{P}(x+L, z) = \hat{P}(x, z) \quad : \text{periodical part}$$

$$\hat{P}(0, z) = \bar{P}(0, z)$$

$$P'(0, z) = 0$$

とすると、 $P(x+L, z)$  は次のように表わされる。

$$\bar{P}(x+L, z) = \hat{P}(x+L, z) + P'(x+L, z) = \hat{P}(x, z) + P'(x+L, z) \quad (\text{A.2-1})$$

一方、

$$\bar{P}(x+L, z) = \hat{P}(x, z) - \Delta \bar{P}(L) = \hat{P}(x, z) + P'(x, z) - \Delta \bar{P}(L) \quad (\text{A.2-2})$$

(A.2-1) と (A.2-2) 式より、

$$P'(x+L, z) = P'(x, z) - \Delta \bar{P}(L) \quad (\text{A.2-3})$$

十分高い  $z$  に対しては、風速は水平方向のみの流れ、即ち圧力勾配によってのみ流れると見做せるから、

$$\Delta \bar{P}(L) = \beta L \quad (\text{A.2-4})$$

とおくことが可能である。(ただし、 $\beta$  は定数。)

また、任意の  $z$  ( $0 \leq z \leq H$ ) に対して (A.2-4) が成り立つから、

$$P'(x+L, z) = P'(x, z) - \beta L \quad (\text{A.2-5})$$

(A.2-5) 式を満たすような  $P'(x, z)$  は、 $P'(x, z) = -\beta x$  と書かれる。従って、

$$\bar{P}(x, z) = \hat{P}(x, z) - \beta x \quad (\text{A.2-6})$$

上式を平均流の式に代入し、 $P \rightarrow \bar{P}$  と書き直せばよい。

[ Appendix-3 ] 1次元乱流境界層のプロファイル

[ 1 ] 圧力勾配項が無い場合 ( $\beta = 0$ )

$\beta = 0$  の場合には、constant flux layer (せん断レイノルズ応力が高さ方向に constant) が生じる。この場合には局所平衡 (乱れのエネルギー式で、エネルギーの生成項と粘性消散項が釣り合う。従って、乱れのエネルギーも高さ方向に constant) が成り立つ。以下では、constant flux layer での平均風速のプロファイルと局所平衡 (即ち、乱れのエネルギーが高さ方向に constant) が成り立つことを示す。

constant flux layer と局所平衡を仮定すれば、1次元乱流境界層の ( $k - \epsilon$ ) 式は次式で表わされる。

(平均流の式)

$$v_t \frac{dU}{dz} = u_*^2 \quad (\text{A.3-1})$$

( $k$  の式)

$$\epsilon = v_t \left( \frac{dU}{dz} \right)^2 \quad (\text{A.3-2})$$

( $\epsilon$  の式)

$$\frac{d}{dz} \left[ \left( \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{d\epsilon}{dz} \right] - (c_{2\epsilon} - c_{1\epsilon}) \frac{\epsilon^2}{k} = 0 \quad (\text{A.3-3})$$

(乱流拡散係数)

$$v_t = C_D \frac{k^2}{\epsilon} \quad (\text{A.3-4})$$

但し、 $u_*$  は摩擦速度。

(A.3-1), (A.3-2), (A.3-4) 式から  $k$  が得られる。 ((A.3-5) 式)

$$k = C_D^{-0.5} u_*^2 \quad (\text{A.3-5})$$

(A.3-5) 式から、乱れのエネルギーが高さ方向に constant であることがわかる。従って、局所平衡も成り立つ。

(A.3-4) 式と(A.3-5) 式を(A.3-3) 式に代入すると、(A.3-3) 式は次式となる。

$$C_D \frac{u_*^3}{\sigma_\epsilon} \frac{d}{dz} \left[ \frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dz} \right] - (c_{2\epsilon} - c_{1\epsilon}) \frac{\epsilon^2}{k} = 0$$

上式の  $\epsilon$  の解は次式で与えられる。

$$\epsilon = \frac{u_*^3}{\kappa} \frac{1}{z+c} \quad (A.3-6)$$

$$\kappa = (c_{2\epsilon} - c_{1\epsilon})^{1/2} \sigma_\epsilon^{1/2} C_D^{1/4} \approx 0.4 \quad (A.3-7)$$

$$v_t = \kappa(z+c)u_* \quad (A.3-8)$$

$z=0$  で  $v_t=0$  とすると、 $c=0$ 。  $z=z_0$  で  $U=0$  とすると、平均風速 ( $U$ ) は、次式で得られる。

$$U(z) = \frac{u_*}{\kappa} \log \frac{z}{z_0} \quad (A.3-9)$$

従って、constant flux layer では、平均風速は対数則が成り立ち、乱れのエネルギーは constant である。（ $\kappa$  はカルマン定数）

## [2] 圧力勾配項がある場合 ( $\beta \neq 0$ )

この場合は局所平衡は成り立たない。この点に関しては後で証明する。圧力勾配項がある場合 ( $\beta \neq 0$ ) の 1 次元乱流境界層式は次式で与えられる。

(平均流の式)

$$v_t \frac{dU}{dz} = u_*^2 \left( 1 - \beta_0 \frac{z}{H} \right) \quad (A.3-10)$$

但し、

$$\beta_0 = \beta \left/ \left( \frac{u_*^2}{H} \right) \right.$$

( $k$  の式)

$$v_t \left( \frac{dU}{dz} \right)^2 - \epsilon + \frac{1}{\sigma_k} \left[ v_t \frac{dk}{dz} \right] = 0 \quad (A.3-11)$$

( $\epsilon$  の式)

$$\frac{d}{dz} \left[ \left( \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{d\epsilon}{dz} \right] - c_{2\epsilon} \left( \frac{\epsilon^2}{k} \right) + c_{1\epsilon} \left( \frac{\epsilon}{k} \right) v_t \left( \frac{dU}{dz} \right)^2 = 0 \quad (A.3-12)$$

(乱流拡散係数)

$$\nu_t = C_D \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{A.3-13})$$

但し、 $u_*$  は摩擦速度に相当する。

(A.3-10) から (A.3-13) 式を摂動法によって解く。 $U$ ,  $k$ ,  $\nu_t$  そして  $\varepsilon$  をパラメータ  $\beta_0$  で次式のように摂動展開する。

$$U = U_0 + \beta_0 U_1 + \dots$$

$$k = k_0 + \beta_0 k_1 + \dots$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \beta_0 \varepsilon_1 + \dots$$

$$\nu_t = \nu_0 + \beta_0 \nu_1 + \dots$$

上式を (A.3-10) から (A.3-13) 式に代入し、 $\beta_0$  のべきの項で纏めると、  
 $\beta_0$  の 0 次の項：この項は constant flux layer の式となるため、次式となる。

$$\nu_0 \frac{dU_0}{dz} = u_*^2 \quad (\text{A.3-14})$$

$$\varepsilon_0 = \nu_0 \left( \frac{dU_0}{dz} \right)^2 \quad (\text{A.3-15})$$

$$\frac{d}{dz} \left[ \left( \frac{\nu_0}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{d\varepsilon_0}{dz} \right] - (c_{2\varepsilon} - c_{1\varepsilon}) \frac{\varepsilon_0^2}{k_0} = 0 \quad (\text{A.3-16})$$

$$\nu_0 = C_D \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \quad (\text{A.3-17})$$

$\beta_0$  の 1 次の項：

$$\nu_1 \frac{dU_0}{dz} + \nu_0 \frac{dU_1}{dz} = -\frac{z}{H} u_*^2 \quad (\text{A.3-18})$$

$$\nu_1 \left( \frac{dU_0}{dz} \right)^2 + 2\nu_0 \frac{dU_0}{dz} \frac{dU_1}{dz} - \varepsilon_1 + \frac{1}{\sigma_k} \frac{d}{dz} \left[ \nu_0 \frac{dk}{dz} \right] = 0 \quad (\text{A.3-19})$$



$$c_{1\epsilon} \left[ (\epsilon_1 \nu_0 + \epsilon_0 \nu_1) \left( \frac{dU_0}{dz} \right)^2 + 2\epsilon_0 \nu_0 \frac{dU_0}{dz} \frac{dU_1}{dz} \right] - 2c_{1\epsilon} \epsilon_0 \epsilon_1 \\ + \frac{k_0}{\sigma_\epsilon} \frac{d}{dz} \left[ \nu_1 \frac{d\epsilon_0}{dz} \right] + \frac{k_0}{\sigma_\epsilon} \frac{d}{dz} \left[ \nu_0 \frac{d\epsilon_1}{dz} \right] + \frac{k_1}{\sigma_\epsilon} \frac{d}{dz} \left[ \nu_0 \frac{d\epsilon_0}{dz} \right] = 0 \quad (\text{A.3-20})$$

$$\nu_1 \epsilon_0 + \nu_0 \epsilon_1 = 2C_D k_0 k \quad (\text{A.3-21})$$

$\beta_0$  の 0 次の項の変数  $U_0$ ,  $k_0$ ,  $\epsilon_0$ ,  $\nu_0$  の解は、[1] の constant flux layer の解 (A.3-5) から (A.3-5) 式で表わされる。

(A.3-5) から (A.3-5) 式を (A.3-18) から (A.3-21) 式に代入すれば、 $\beta_0$  の 1 次の項の変数  $U_1$ ,  $k_1$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\nu_1$  の解が得られる。 $U_1$ ,  $k_1$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\nu_1$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{dU_1}{dz} &= C_U \frac{u_*}{\kappa H} & C_U &= -\frac{(\alpha+1)c_{2\epsilon}}{\beta-\alpha c_{1\epsilon}} C_\epsilon \approx 1.53 \\ k_1 &= C_k \frac{u_*^2}{H} z & C_k &= \frac{C_\nu + C_\epsilon}{2\sqrt{C_D}} \approx -4.03 \\ \epsilon_1 &= C_\epsilon \frac{u_*^3}{\kappa H} & C_\epsilon &= \frac{\beta - \alpha c_{1\epsilon}}{\beta + \alpha(c_{2\epsilon} - c_{1\epsilon}) - c_{2\epsilon}} \approx 0.19 \\ \nu_1 &= C_\nu \frac{\kappa u_*}{H} z^2 & C_\nu &= -1 + \frac{(\alpha+1)c_{2\epsilon}}{\beta - \alpha c_{1\epsilon}} \approx -2.53 \end{aligned}$$

但し、

$$\alpha = \frac{\kappa^2}{2\sqrt{C_D} \sigma_k} \approx 0.267, \quad \beta = \frac{\kappa^2}{2\sqrt{C_D} \sigma_\epsilon} \approx 0.205$$

従って、平均風速と乱れのエネルギーは次式で与えられる。

(平均風速の分布)

$$U(z) \approx \frac{u_*}{\kappa} \log \frac{z}{z_0} + \frac{\beta}{\kappa u_*} C_U (z - z_0) \quad (\text{A.3-22})$$

( $k$  の分布)

$$k \approx C_D^{-1/2} u_*^2 + \beta C_k z \quad (\text{A.3-22})$$

ここに定数  $C_U$  の符号は正である。 $C_k$  の符号は負である。平均風速の分布は [対数則 + 1 次] となっている。 $k$  の分布は [constant + 1 次] となっている。このことは

数値計算からも確かめられている。(κはカルマン定数)

次に、圧力勾配項がある場合 ( $\beta \neq 0$ )、局所平衡が成り立たないことを示す。

(A.3-10) から (A.3-11) 式で局所平衡を仮定したとき、 $k$ 、 $\nu_t$ 、 $\varepsilon$  の解は次式のようになる。

$$k = C_D^{-0.5} u_*^2 \left( 1 - \frac{\beta z}{u_*^2} \right)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left( 1 - \frac{\beta z}{u_*^2} \right)^2$$

$$\nu_t = \frac{u_*^4}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\beta z}{u_*^2} \right)^{3/2}$$

但し、

$$\varepsilon_0 = \frac{\beta u_*}{\sqrt{2 \sigma_\varepsilon (c_{2\varepsilon} - c_{1\varepsilon})}}$$

従って、

$$\frac{d}{dz} \left[ \nu_t \frac{dk}{dz} \right] = \frac{3}{2} \frac{C_D^{-0.5} \beta^2 u_*^2}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{\beta z}{u_*^2} \right)^{1/2} \neq 0$$

となって、局所平衡は成り立たないことが示された。

#### [ Appendix-4 ] 速度プロファイルの $\beta$ - 非依存性について

$\beta \neq 0$  の場合、風速はベータによって作り出される。従って、代表風速 ( $U_0$ ) を代表長さ ( $H$ ) と  $\beta$  とを用いて、 $U_0 = [\beta H]^{1/2}$  とすれば、無次元化された ( $k - \varepsilon$ ) モデルでは圧力勾配項 ( $\beta$ ) は 1 になる。(  $k - \varepsilon$  ) モデルには無次元数は現われない。従って、無次元化された風速や乱れのエネルギーは  $\beta$  には依存しない。

## 記 号

$U_i$	平均風速	$(U = U_1, V = U_2, W = U_3)$
$P$	平均圧力	$k$ 乱れのエネルギー
$\epsilon$	粘性消散率	$\tau_{ij}$ レイノルズ応力
$u'_i$	風速の時間変動成分	$\rho$ 密度
$\nu_t$	乱流拡散係数	$l$ レングスケール
$\kappa_0$	カルマン定数	$\beta_i$ 圧力勾配 (定数)
$g_i$	重力加速度	$(0, 0, -g)$

## 参考文献

- [1] Amsden, A.A. and Harlow, F.H., 1970, The SMAC Method: A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, LA-4390
- [2] Counihan, J., 1975, Adiabatic Atmospheric Boundary Layers : A Review and Analysis of Data from the Period 1880-1972, Atmos. Environ., 9:871-905
- [3] Patanker, S.V., Liu, C.H. and Sparrow, E.M., 1977, Fully Developed Flow and Heat Transfer in Ducts Having Streamwise-Periodic Variations of Cross-Sectional Area, J. Heat Transfer, 99:180-

[ 表 - 1 ]

上層境界条件

( 1 ) 圧力勾配なし : $\beta = 0$		( 2 ) 圧力勾配あり : $\beta \neq 0$	
境界条件 ( A )	境界条件 ( B )	境界条件 ( A )	境界条件 ( B )
$U(Top) = 1$	$U(Top) = 1$	$\frac{dU(Top)}{dz} = 0$	$\frac{dU(Top)}{dz} = 0$
$k(Top) = 0$	$\frac{dk(Top)}{dz} = 0$	$k(Top) = 0$	$\frac{dk(Top)}{dz} = 0$
$\varepsilon(Top) = 0$	$\frac{d\varepsilon(Top)}{dz} = 0$	$\varepsilon(Top) = 0$	$\frac{d\varepsilon(Top)}{dz} = 0$

[ 表 - 3 ]

	( 1 ) の場合 ( 圧力勾配 = 0 )	( 2 ) の場合 ( 圧力勾配をいれる )
方程式	$\frac{D\bar{U}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$	$\frac{D\bar{U}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \beta_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$
断面	$U_i, P, k, \varepsilon$ : 周期境界条件	$U_i, P, k, \varepsilon$ : 周期境界条件
上端	$U, V$ : 与える。 $W = 0$  $\frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0$	$W = 0$  $\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0$

[表 - 2]

Trial	次元	境界条件	境界高さ	備考
Run 1	1	(1,A)	55 cm	
Run 2	1	(1,B)	55 cm	
Run 3	1	(2,A)	55 cm	
Run 4	1	(2,B)	55 cm	
Run 5	1	(1,B)	25 cm	
Run 6	1	(2,B)	25 cm	
Run 7	2	(1,B)	55 cm	周期境界条件
Run 8	2	(1,B)	25 cm	周期境界条件
Run 9	2	(2,B)	25 cm	周期境界条件
Run 10	2		70 cm	風洞全体のシミュレーション
Run 2*	1		Run 2 の結果を高さ25cmの風速で基準化	
Run 7*	2		Run 7 の結果を高さ25cmの風速で基準化	

↖ [表 - 1] の境界条件に対応

(1,A) { A : 境界条件 A  
          B : 境界条件 B  
          1 :  $\beta = 0$   
          2 :  $\beta \neq 0$

[表-4] (k-ε) 2 方程式モデル

(連続の式)

$$\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_j} = 0$$

(運動量式)

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} + \beta_i$$

(k の式)

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + S - \varepsilon$$

(ε の式)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_j \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [C_{1\varepsilon} S - C_{2\varepsilon} \varepsilon]$$

(Reynolds 応力)

$$\overline{u_i u_j} = -\nu_t \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

(渦動粘性係数)

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

但し、

$$S = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}$$

(係数)

$C_\mu$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92

[表-5] 上端境界条件

圧力勾配	$\beta_i = 0$ : 圧力勾配はいれない
断面境界	周期境界条件
上端境界	$U, V$ : 与える (風速の絶対値は 1 m/s) $W = 0$ $P = 0$ (基準圧) $dk/dz = 0, \quad d\varepsilon/dz = 0$

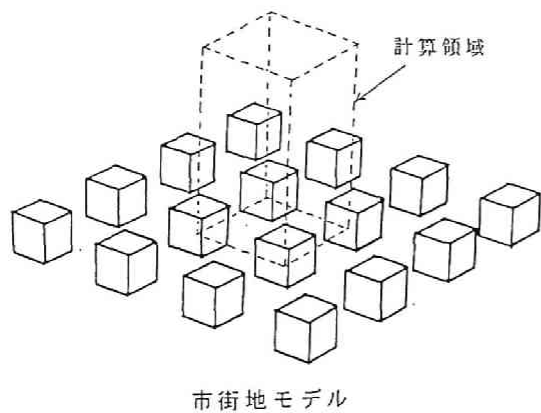


図-1 市街地モデルの概要

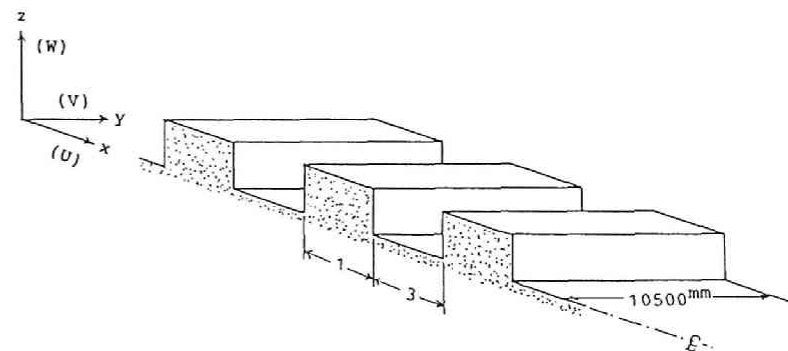
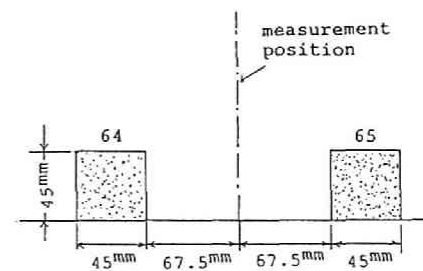
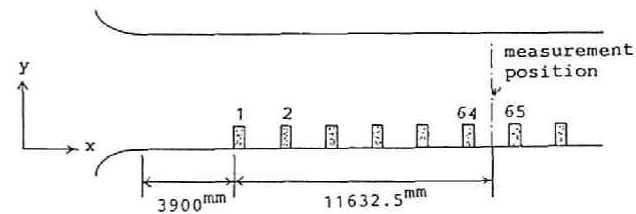


図-2 風洞実験の概要

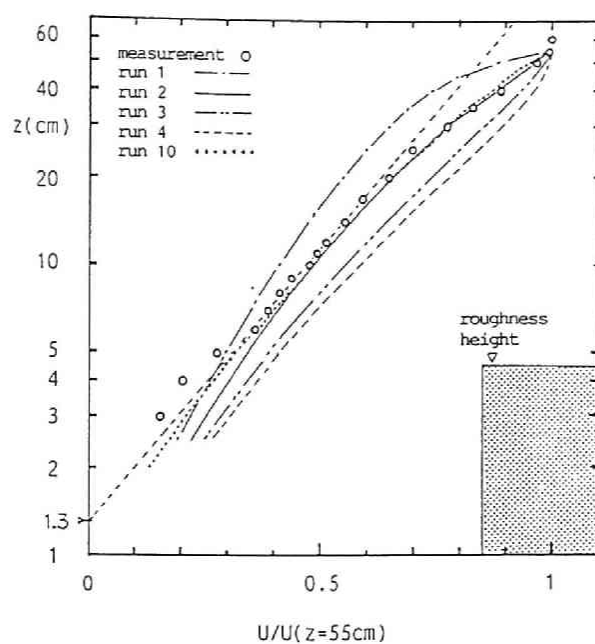


図 - 3 1次元境界層の計算 (平均流、上層境界高さ 55 cm )

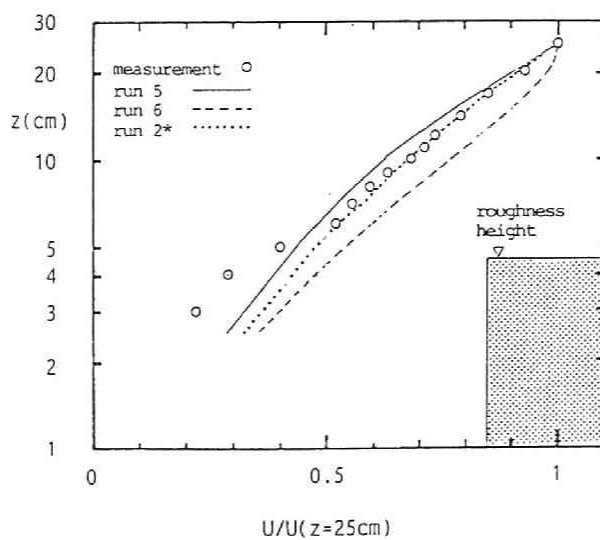


図 - 4 1次元境界層の計算 (平均流、上層境界高さ 25 cm )



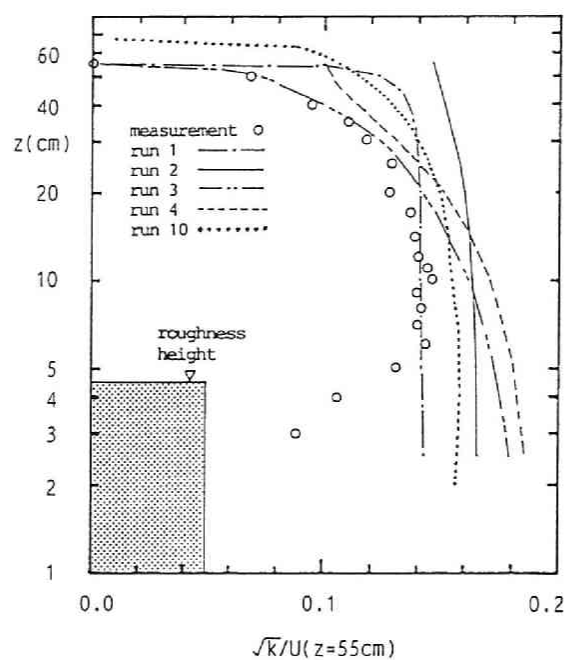


図 - 5 1次元境界層の計算  
(乱れのエネルギー、上層境界高さ 55 cm )

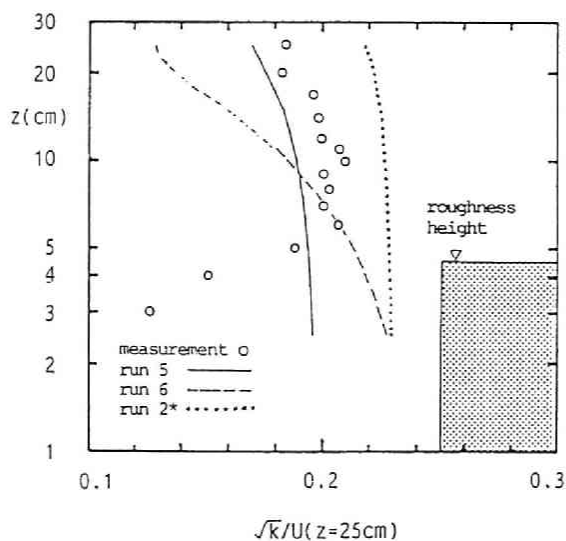


図 - 6 1次元境界層の計算  
(乱れのエネルギー、上層境界高さ 25 cm )

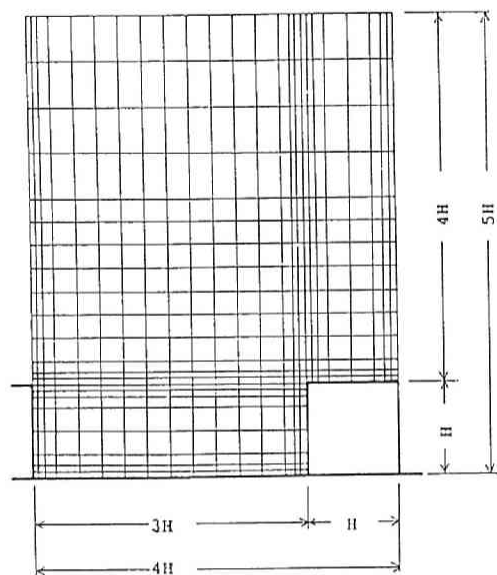
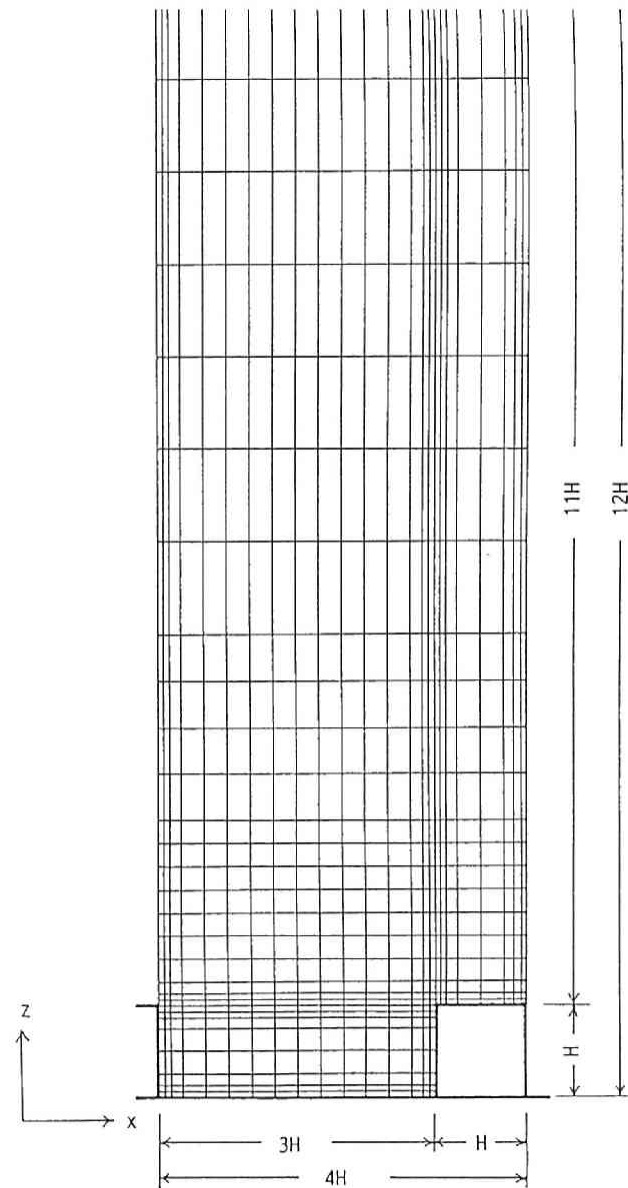


図-7 2次元キャビティ計算の領域分割  
(上層境界高さ：建物の5倍)

図-8 2次元キャビティ計算の領域分割  
(上層境界高さ：建物の1.2倍)



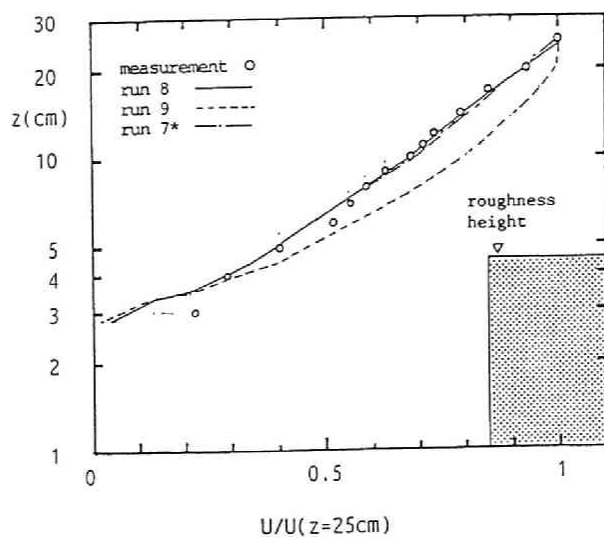


図-9 2次元キャビテイ計算 (平均風速)

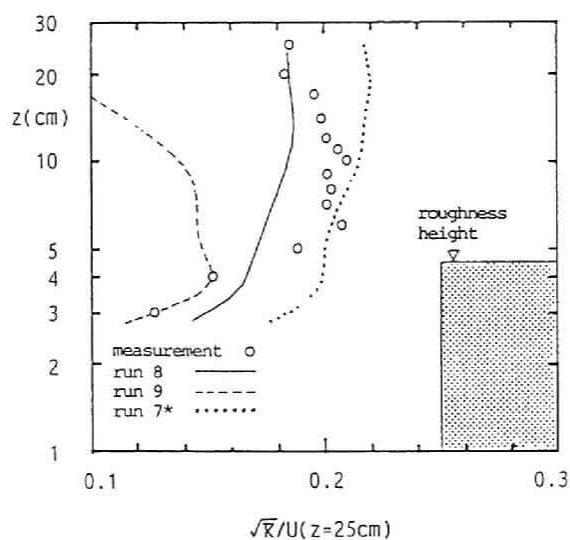


図-10 2次元キャビテイ計算 (乱れのエネルギー)

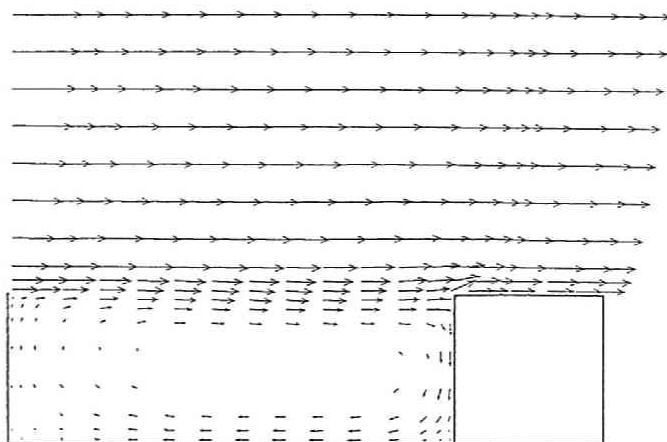


図 - 1 1 . 1 平均流のパターン

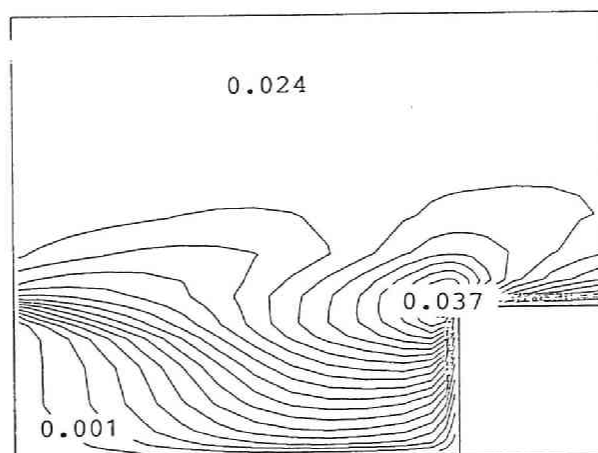


図 - 1 1 . 2 乱れのエネルギー

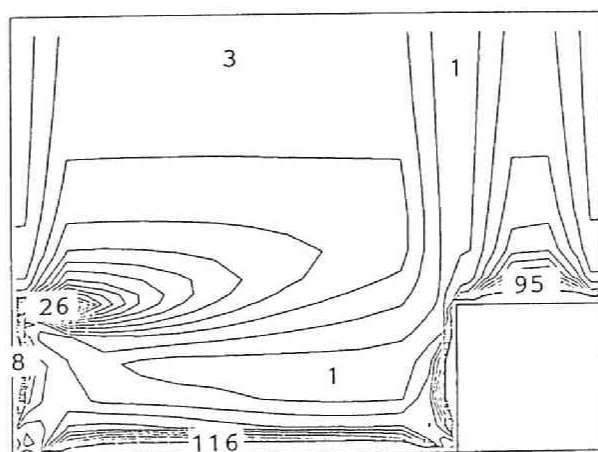


図 - 1 1 3 メッシュレイノルズ数

図 - 1 1 2次元キャビティ計算 (  $\beta = 0$  )

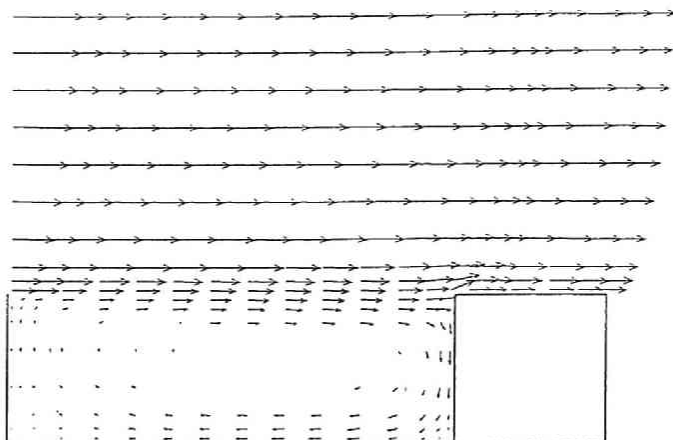


図 - 1 2 . 1 平均流のパターン

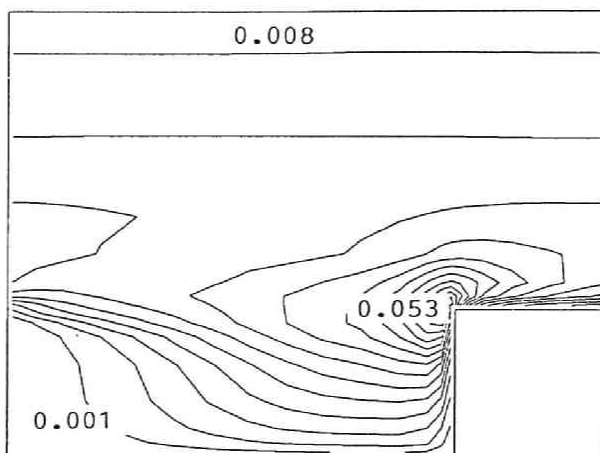


図 - 1 2 . 2 乱れのエネルギー

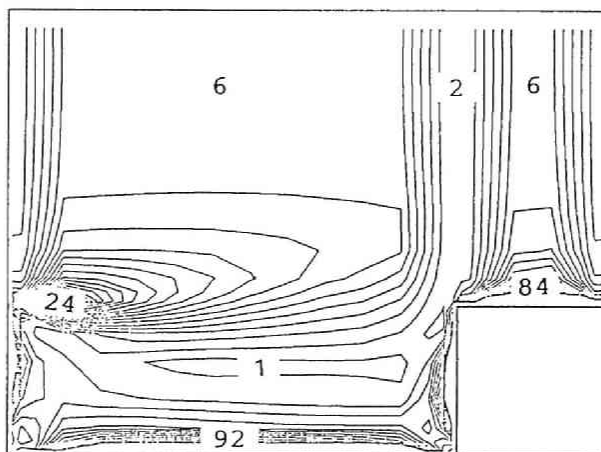


図 - 1 2 . 3 メッシュレイノルズ数

図 - 1 2 2次元キャビティ計算 ( $\beta \neq 0$ )

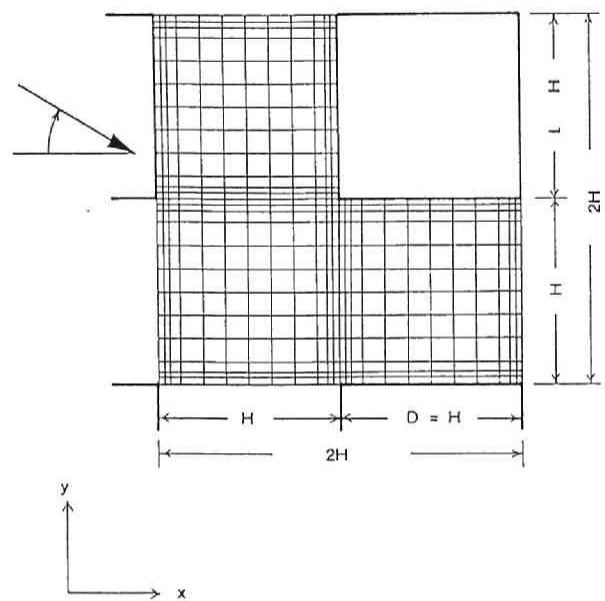


図-13.1 3次元市街地空間の領域分割 (平面)

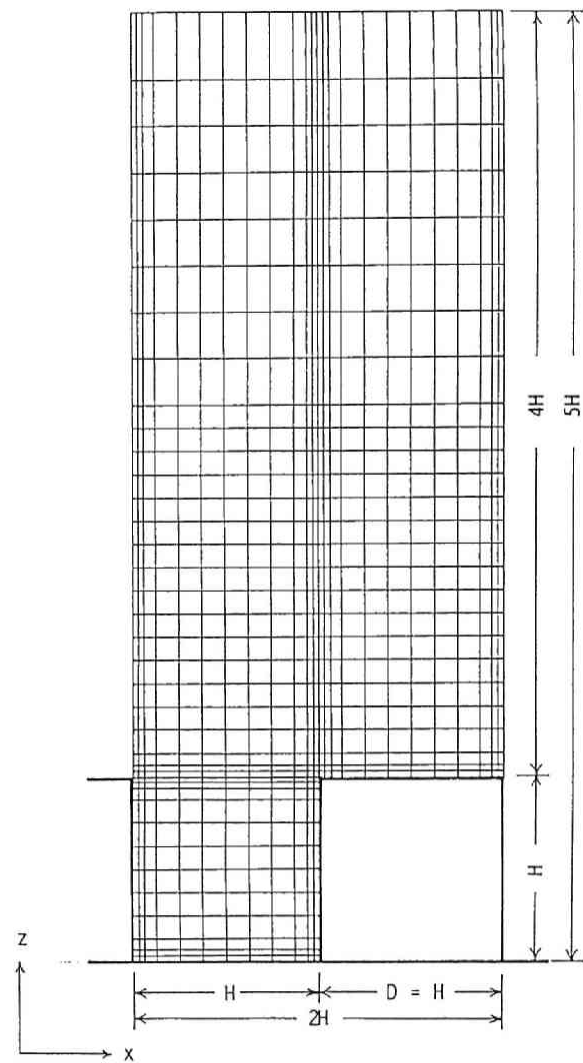


図-13.2 3次元市街地空間の領域分割 (断面)

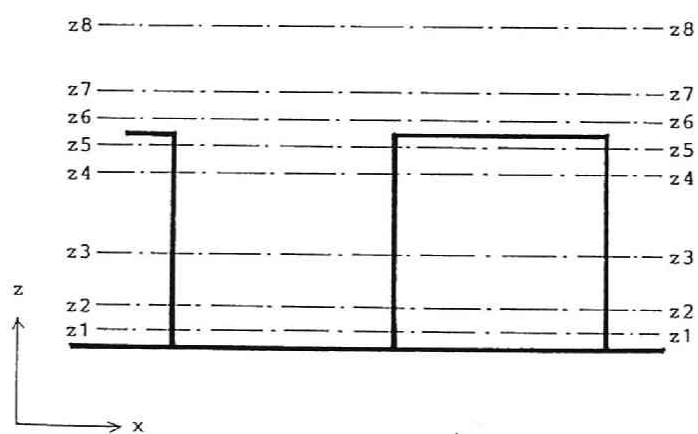
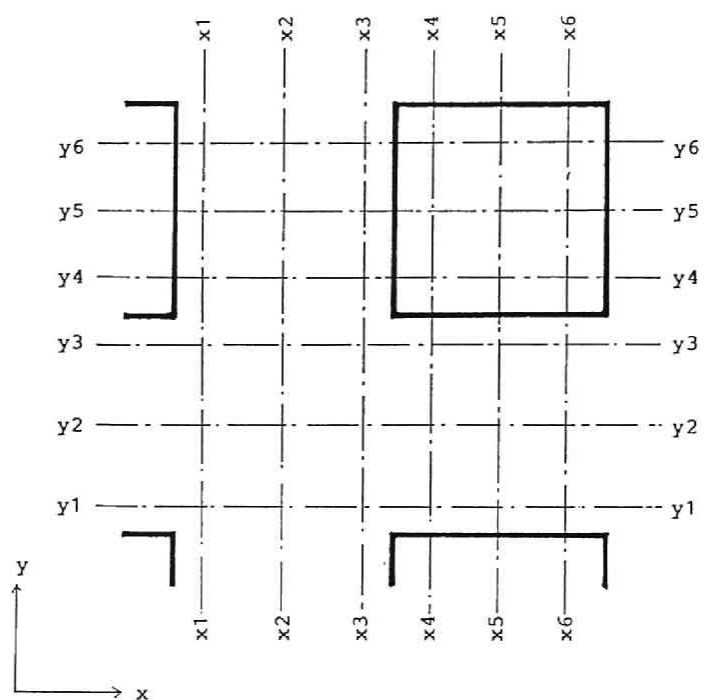
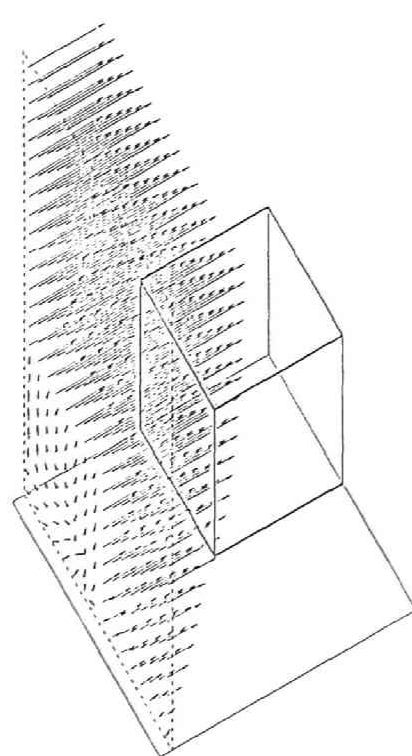
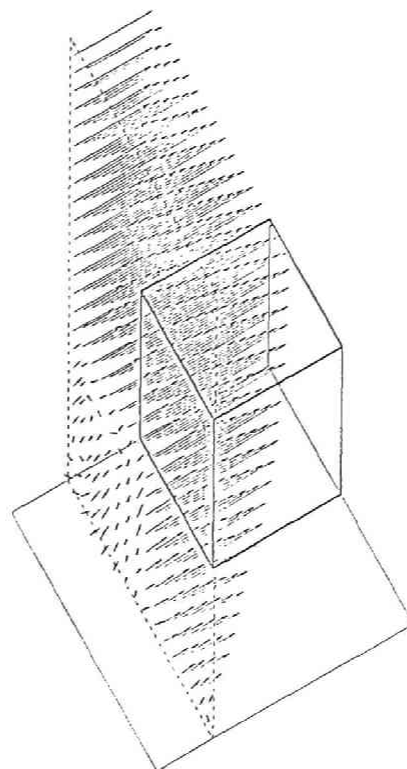


図-14 風速の3次元ベクトル図のための切断面



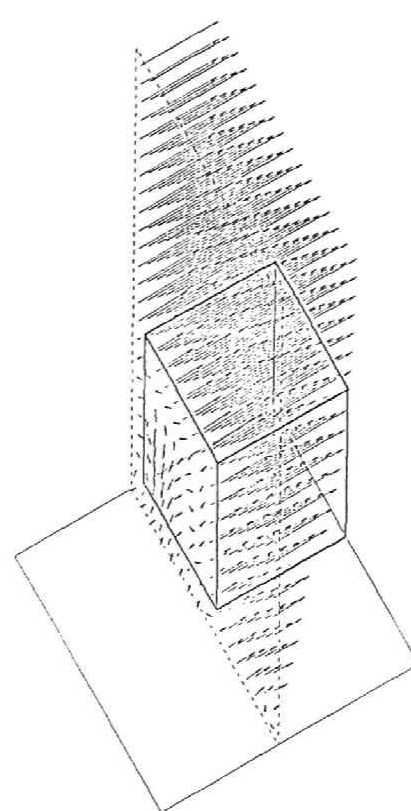
WIND DIREC. 0.0  
SECTION X= 1.50

図-15. x 1



WIND DIREC. 0.0  
SECTION X= 7.00

図-15. x 2

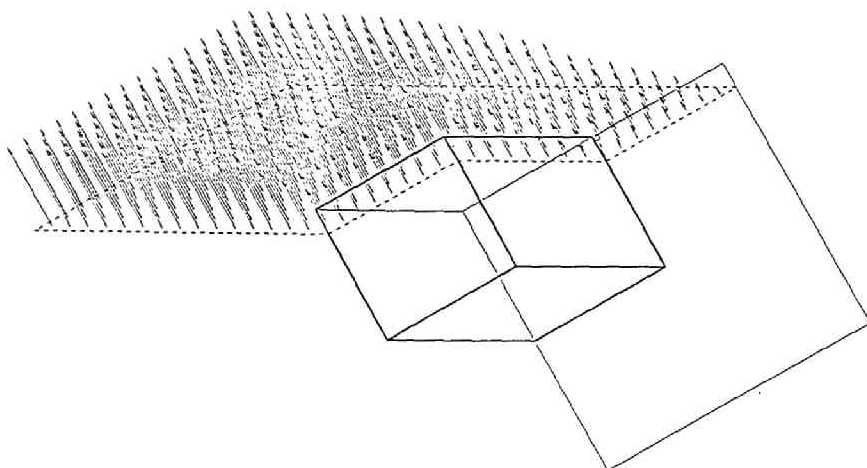


WIND DIREC. 0.0  
SECTION X= 14.50

図-15. x 3

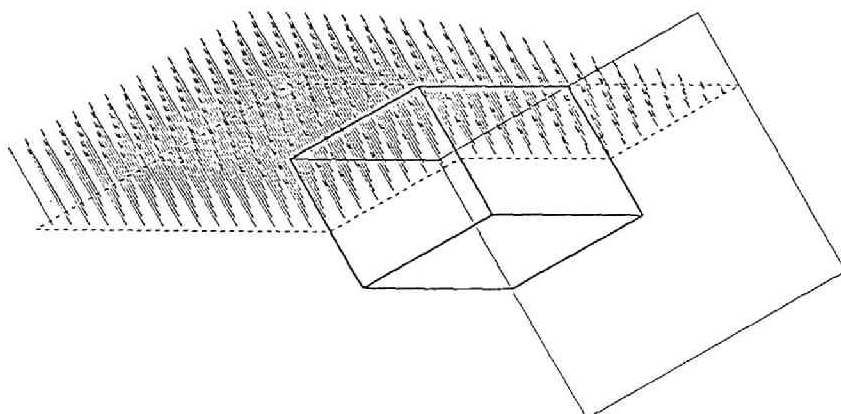
図-15 3次元風速ベクトル (上層風向: 0度)





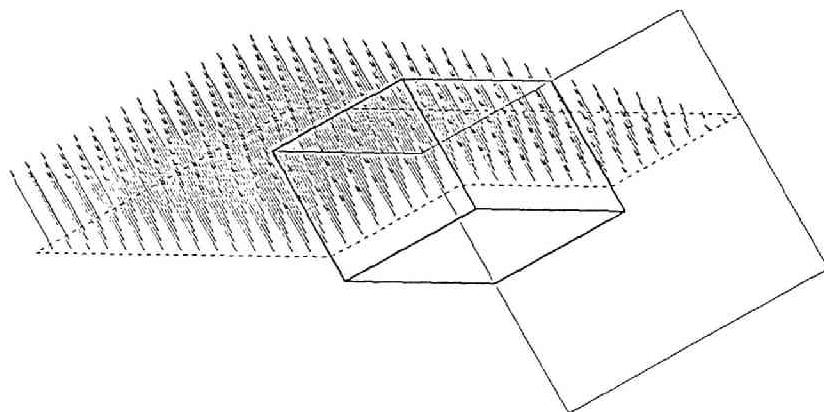
WIND DIREC. 0.0  
SECTION X= 29.00

1	5	.	x	6
1	5	.	x	6
1	5	.	x	6
1	5	.	x	6
1	5	.	x	6



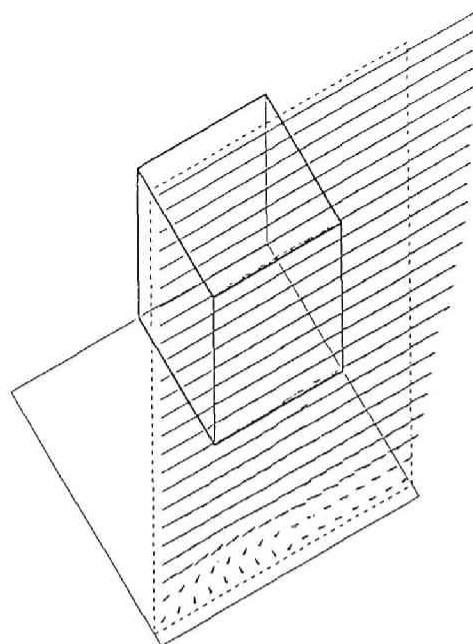
WIND DIREC. 0.0  
SECTION X= 23.00

1	5	.	x	5
1	5	.	x	5
1	5	.	x	5
1	5	.	x	5
1	5	.	x	5



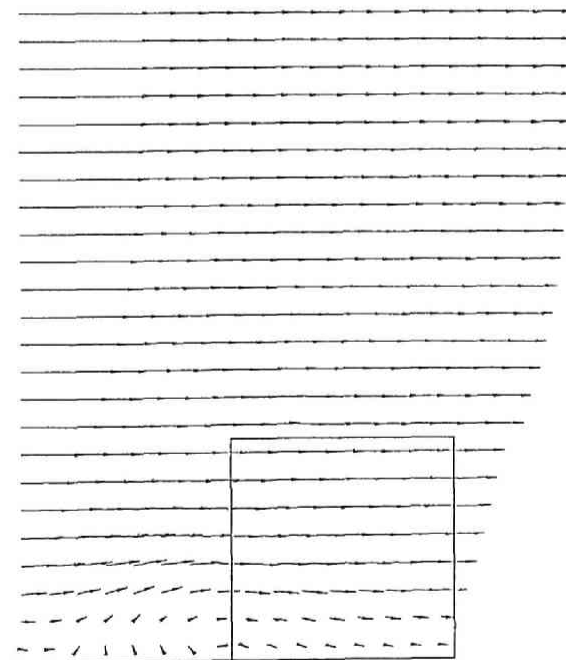
WIND DIREC. 0.0  
SECTION X= 19.00

1 5 . x 4



☒ - 1 5 . y 1

WIND DIREC. 0.0  
SECTION Y= 1.50



WIND DIREC. 0.0  
SECTION Y= 1.50

☒ - 1 5 y 1 '

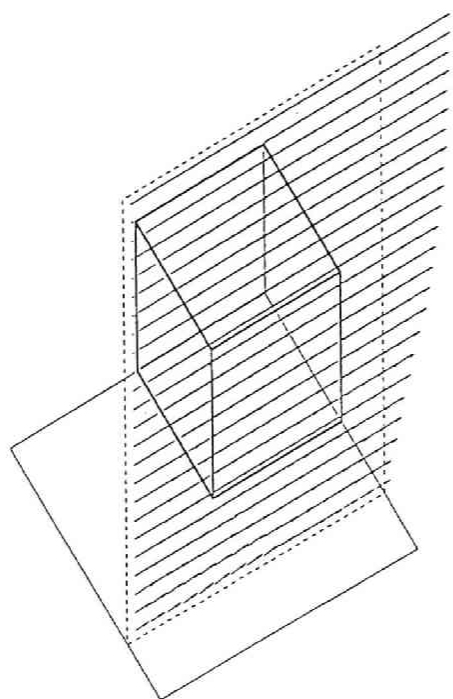


图 - 15. y 2

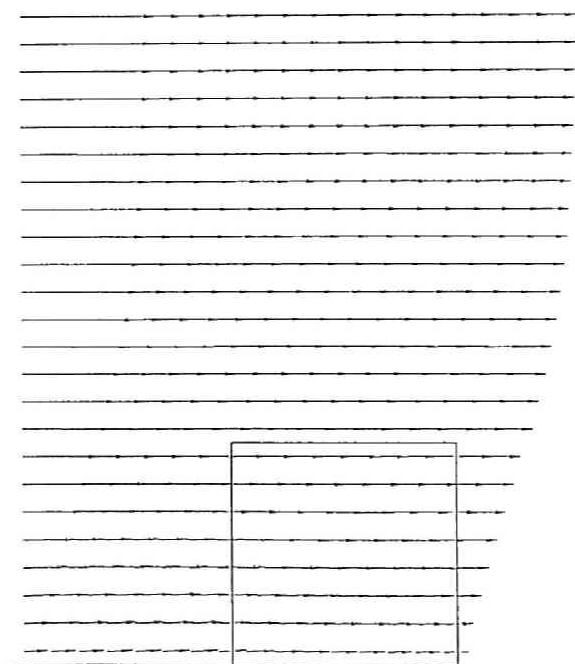
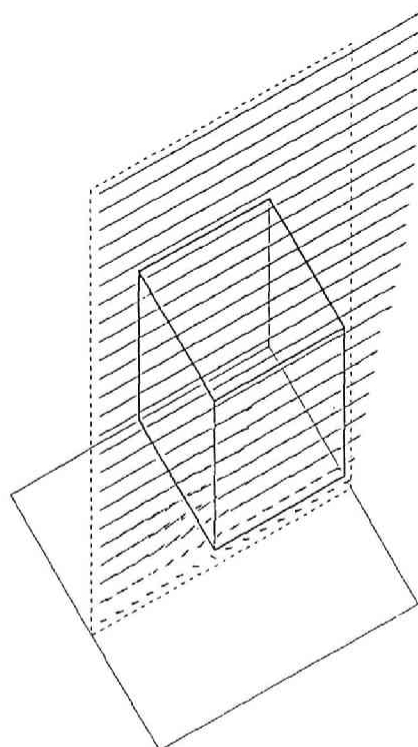
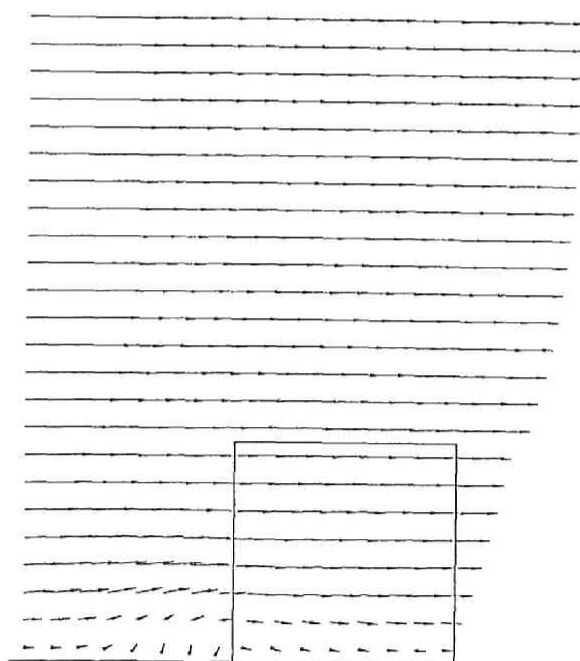


图-15.  $y_2'$



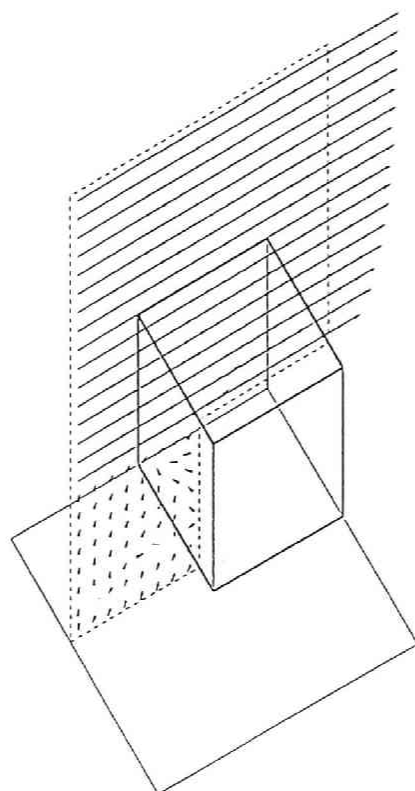
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Y= 14.50

图 - 1 5 . y 3



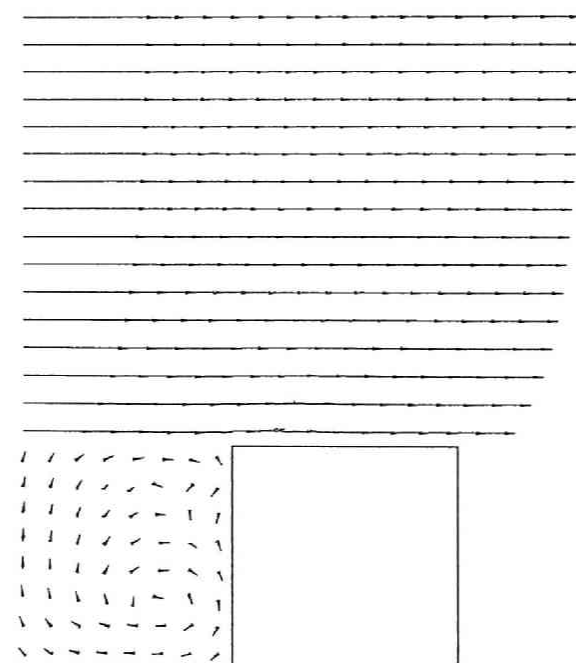
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Y= 14.50

图 - 1 5 y 3'



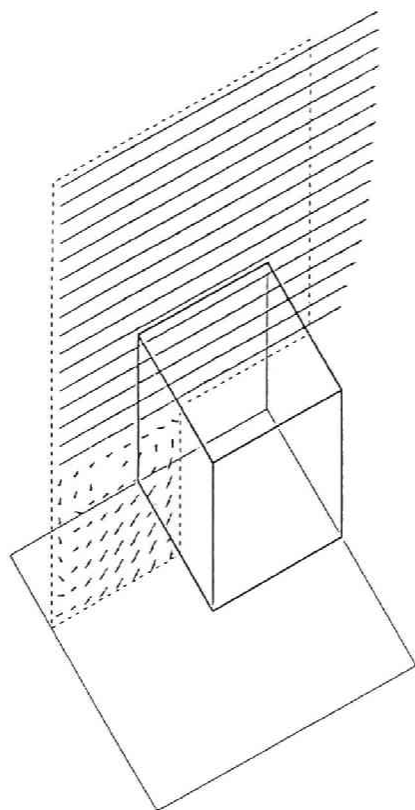
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Y= 19.00

☒ - 1 5 . y 4



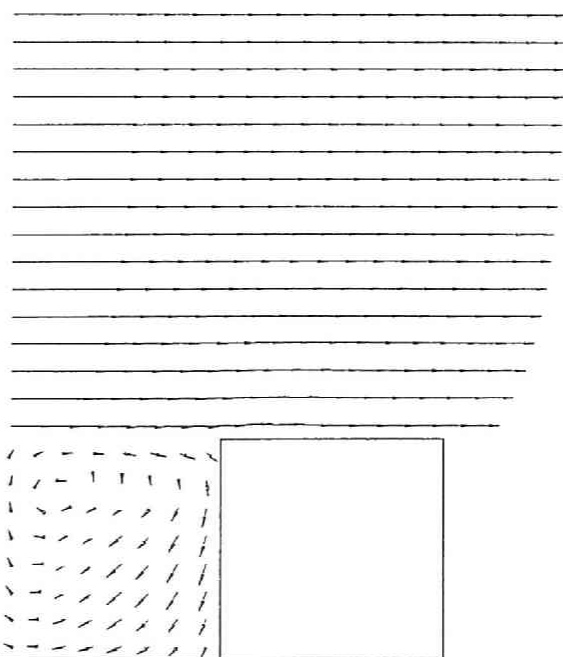
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Y= 19.00

☒ - 1 5 . y 4'



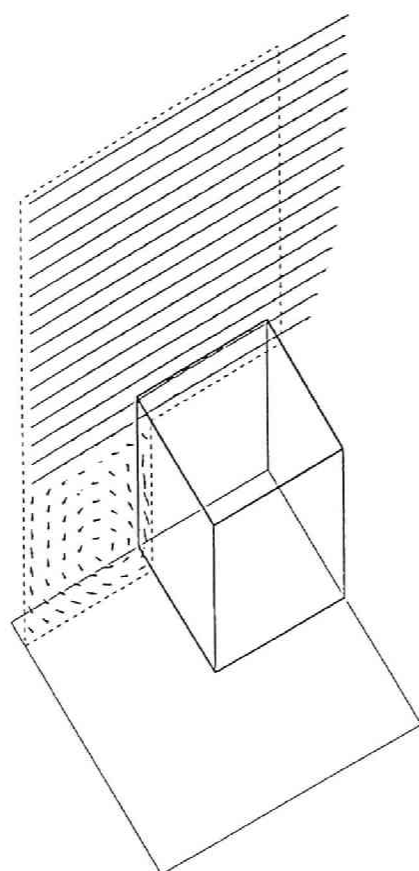
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Y= 23.00

☒ - 1 5 y 5



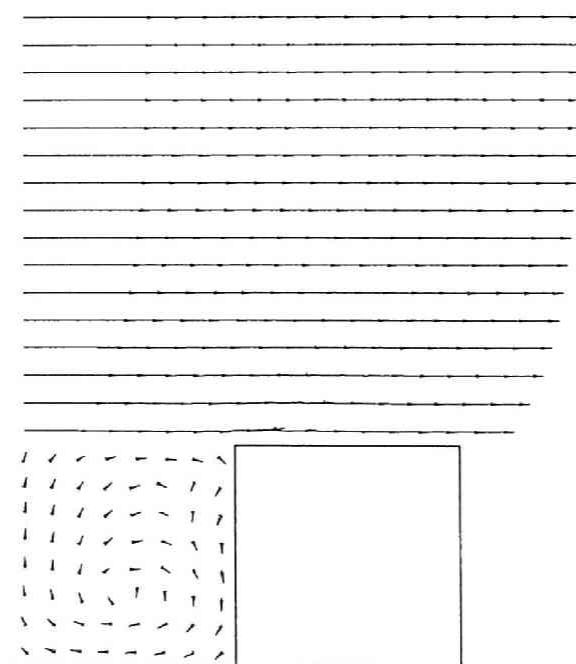
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Y= 23.00

☒ - 1 5 . y 5'



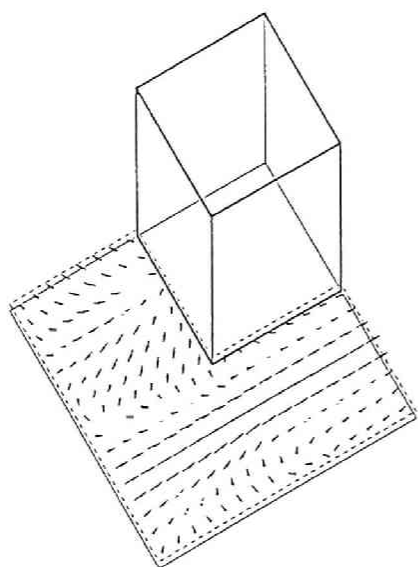
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Y= 29.00

☒ - 1 5 . y 6



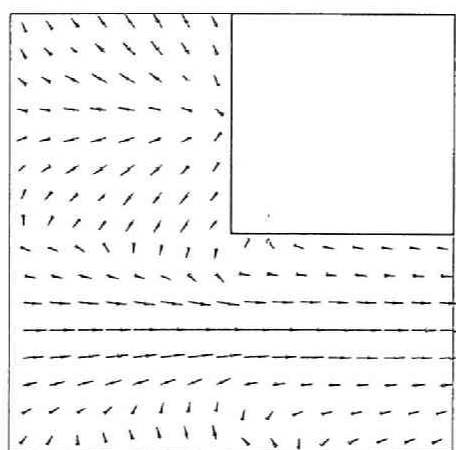
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Y= 29.00

☒ - 1 5 y 6 '



WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 0.75

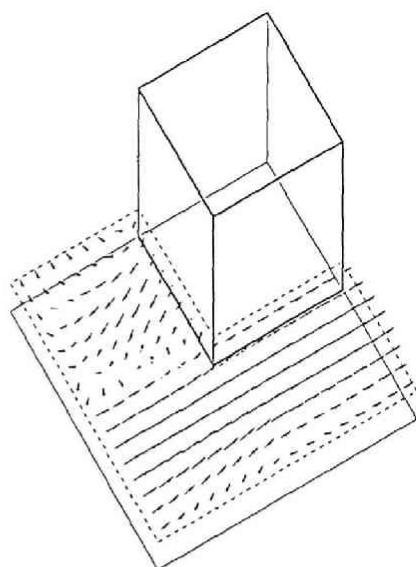
☒ - 1 5 . z 1



WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 0.75

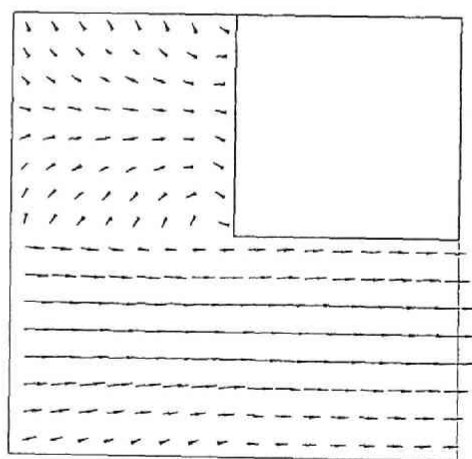
☒ - 1 5 . z 1





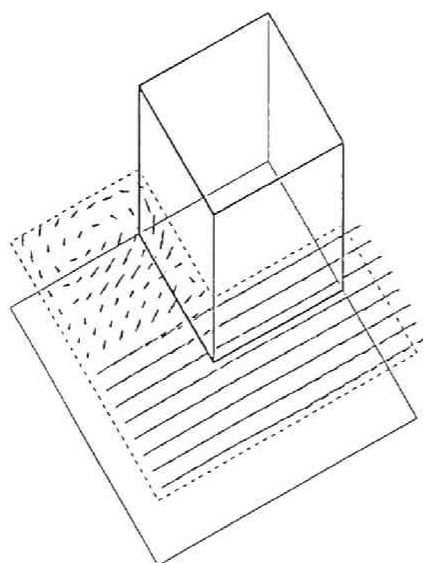
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 3.00

☒ - 1 5 . z 2



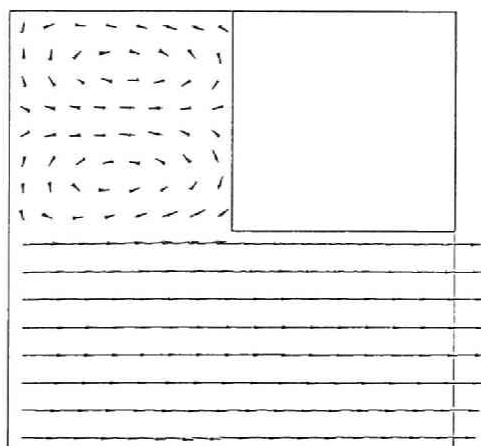
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 3.00

☒ - 1 5 . z 2'



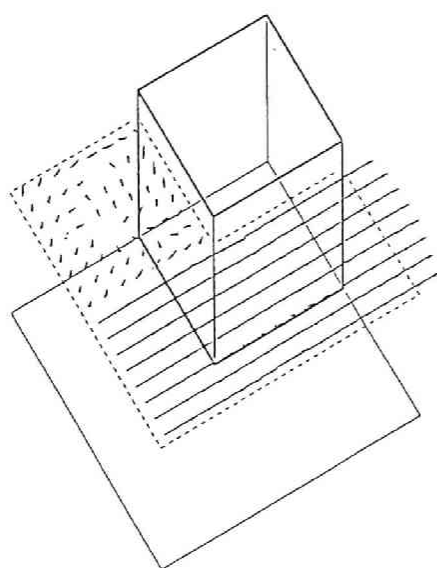
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 7.00

☒ - 1 5 . z 3



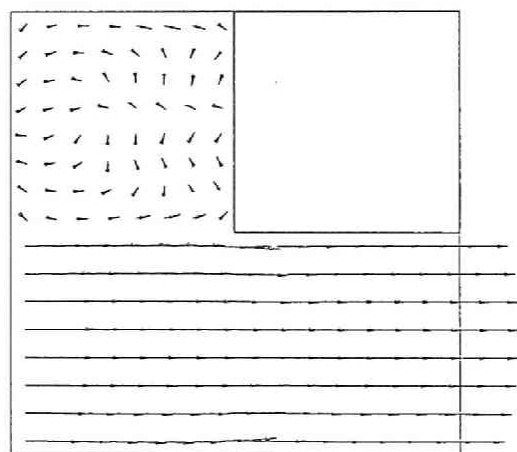
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 7.00

☒ - 1 5 z 3 '



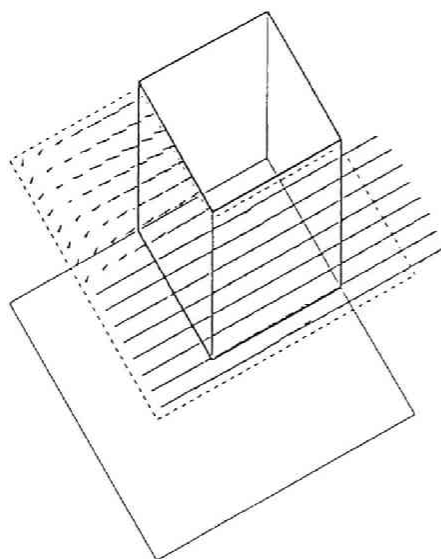
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 13.00

图 - 1 5 . z 4



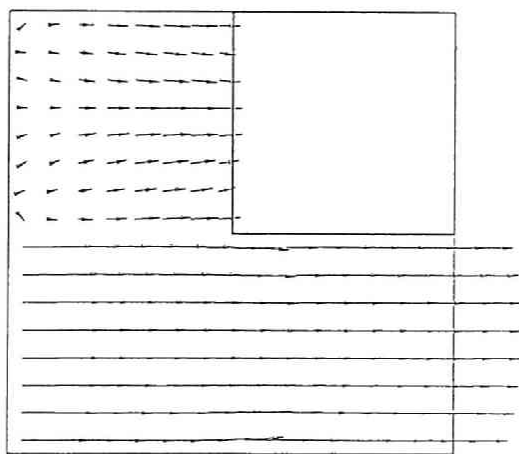
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 13.00

图 - 1 5 . z 4 '



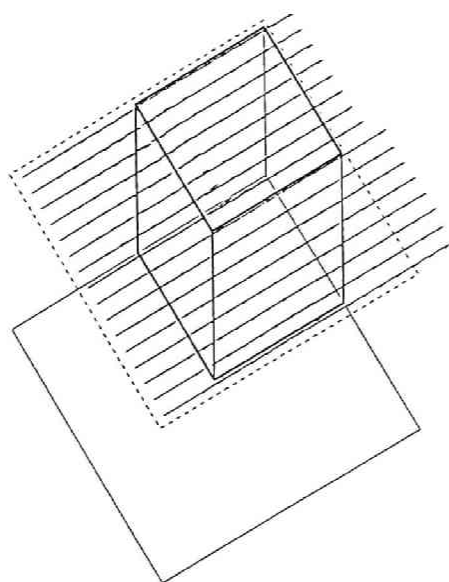
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 15.25

☒ - 1 5 z 5



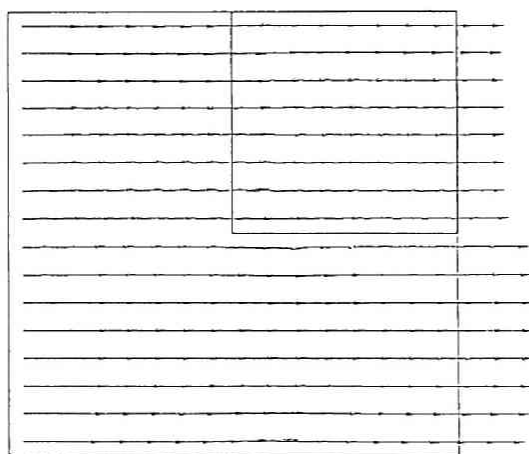
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 15.25

☒ - 1 5 . z 5 '



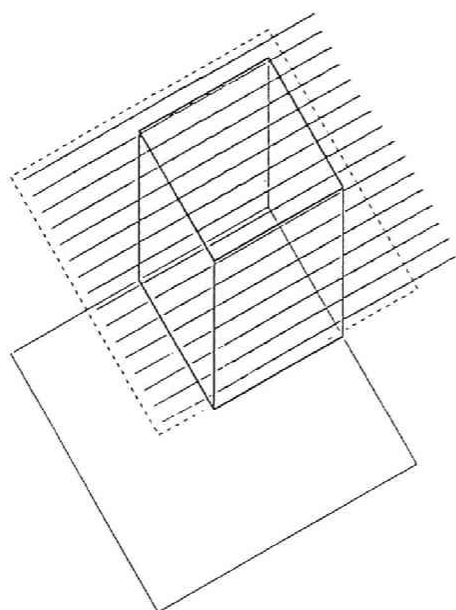
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 16.75

☒ - 1 5 . z 6



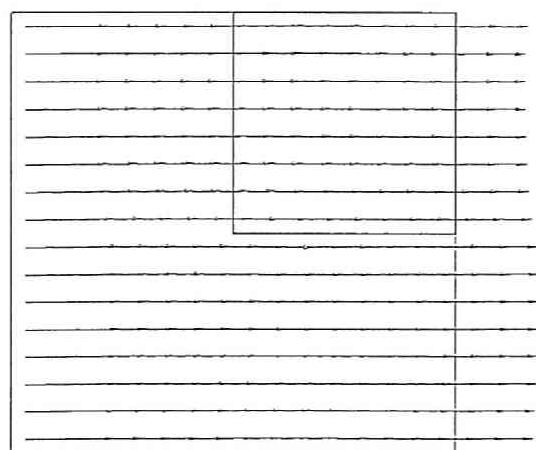
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 16.75

☒ - 1 5 . z 6 '



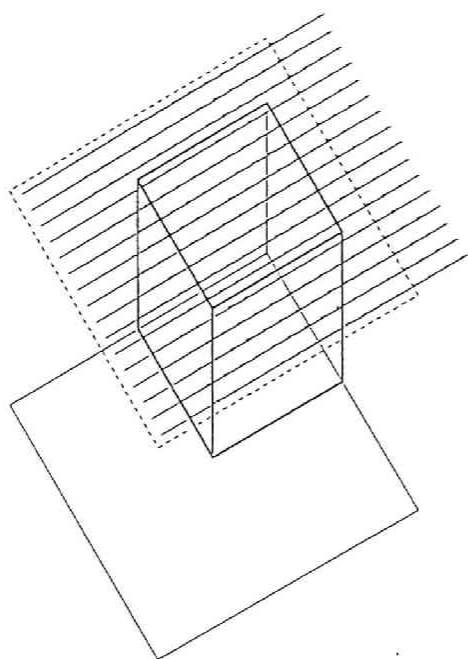
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 19.00

☒ - 1 5 z 7



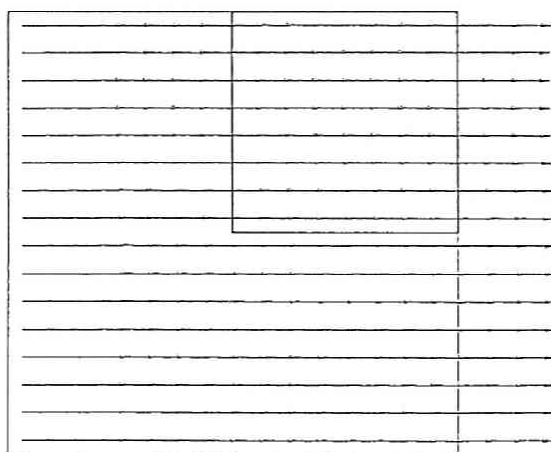
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 19.00

☒ - 1 5 . z 7 '



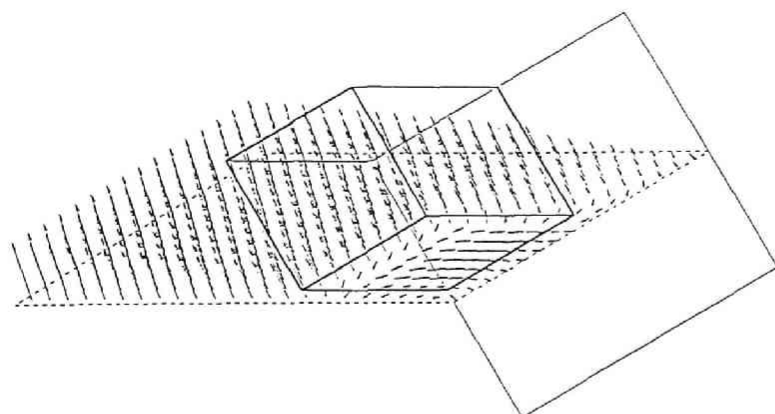
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 23.00

☒ - 1 5 . z 8



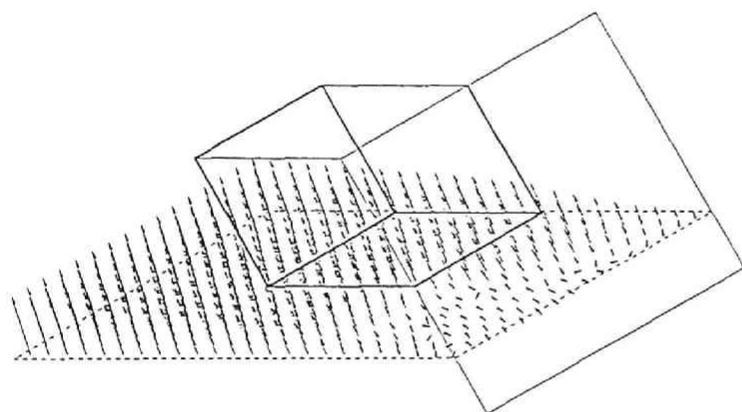
WIND DIREC. 0.0  
SECTION Z= 23.00

☒ - 1 5 . z 8'



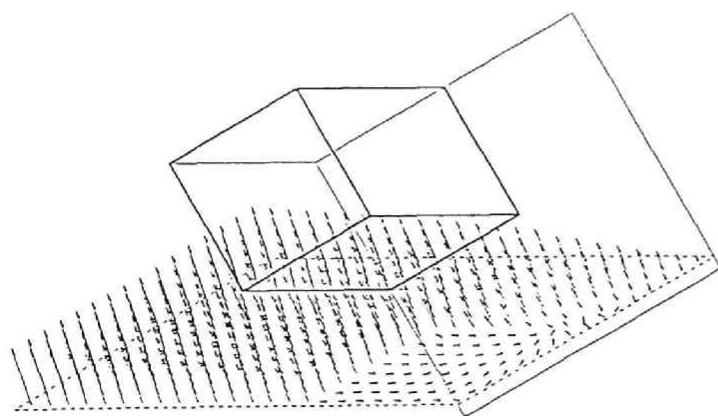
WIND DIREC. 22.5  
SECTION X= 14.50

図-16. x 3



WIND DIREC. 22.5  
SECTION X= 7.00

図-16. x 2

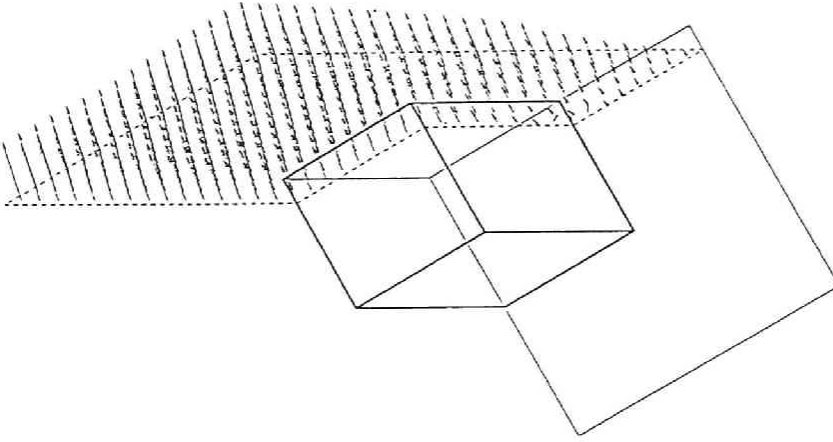


WIND DIREC. 22.5  
SECTION X= 1.50

図-16. x 1

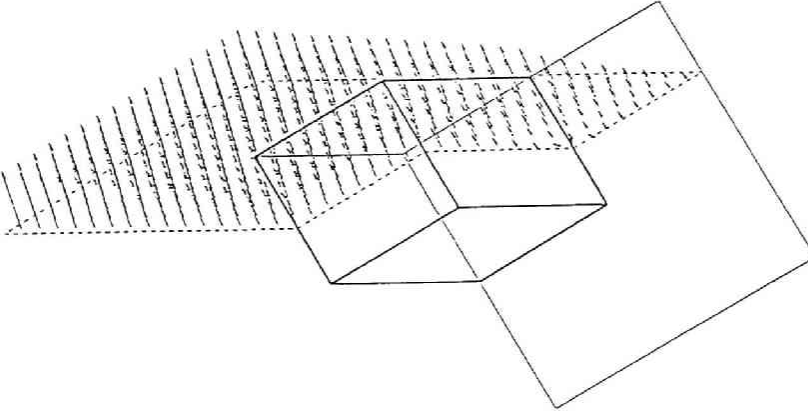
図-16 3次元風速ベクトル (上層風向: 22.5度)





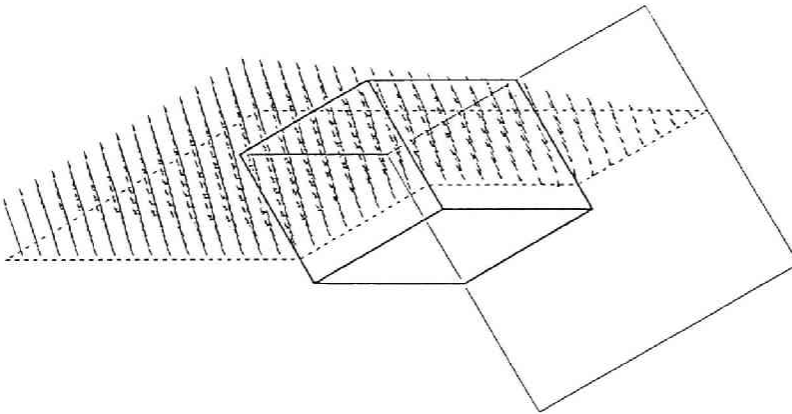
WIND DIREC. 22.5  
SECTION X= 29.00

☒	-	1	6.	x	6
☒	-	1	6.	x	6
☒	-	1	6.	x	6
☒	-	1	6.	x	6



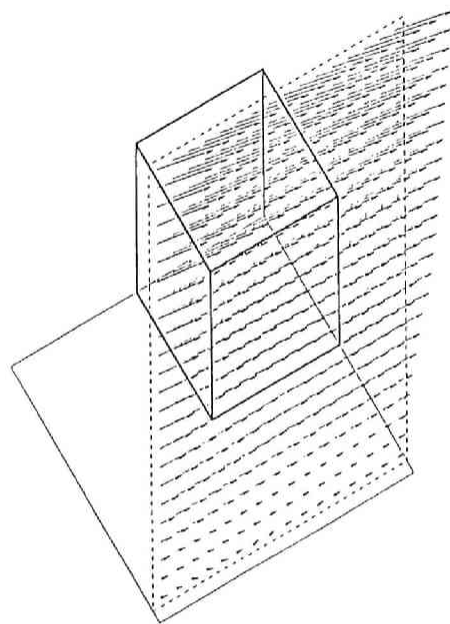
WIND DIREC. 22.5  
SECTION X= 23.00

☒	-	1	6.	x	5
☒	-	1	6.	x	5
☒	-	1	6.	x	5
☒	-	1	6.	x	5



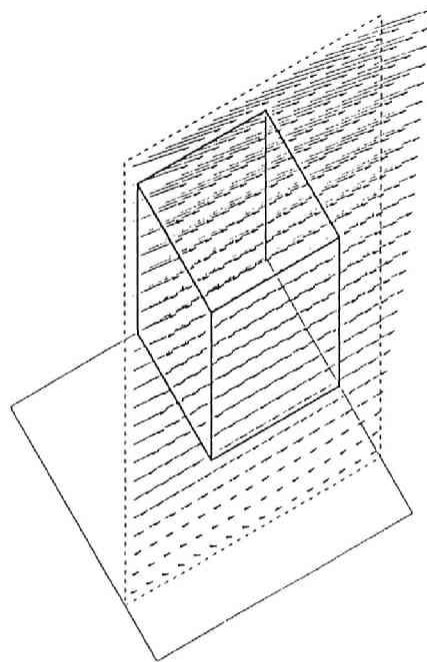
WIND DIREC. 22.5  
SECTION X= 19.00

☒	-	1	6.	x	4
☒	-	1	6.	x	4
☒	-	1	6.	x	4
☒	-	1	6.	x	4



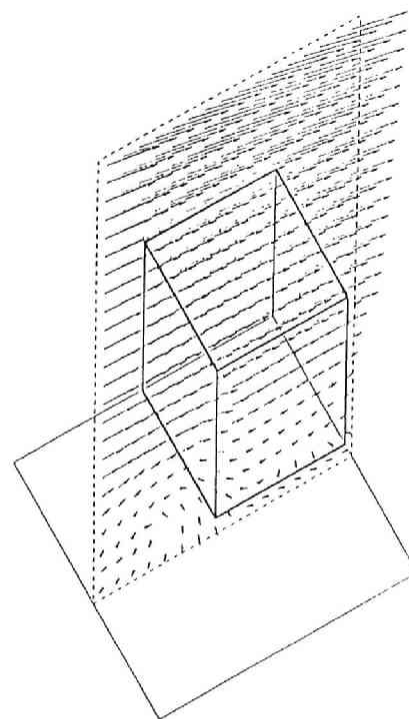
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Y= 1.50

图 - 1 6 . y 1



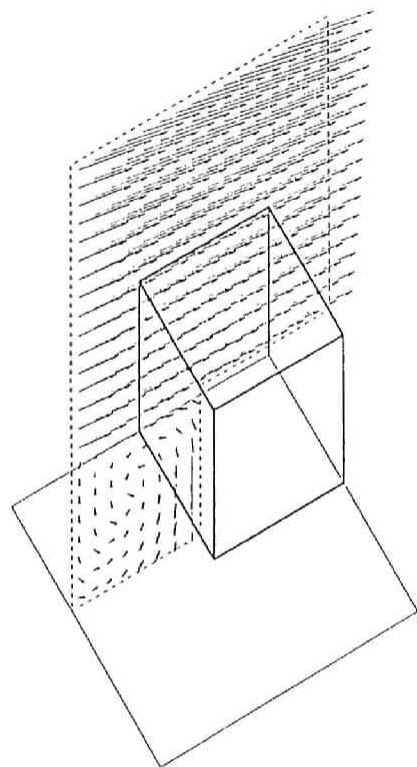
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Y= 7.00

图 - 1 6 . y 2



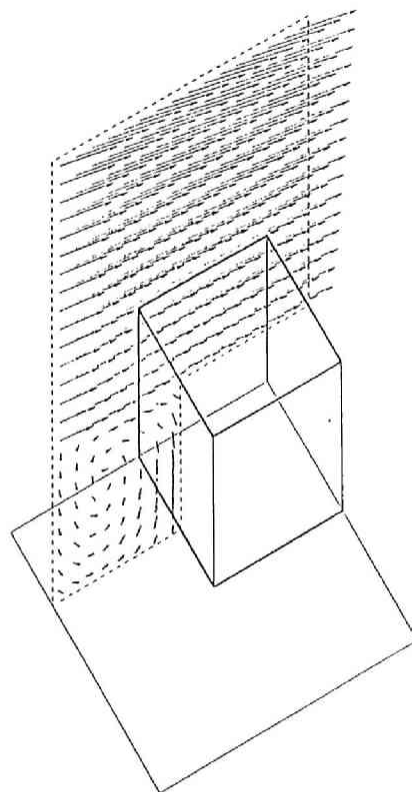
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Y= 14.50

图 - 1 6 . y 3



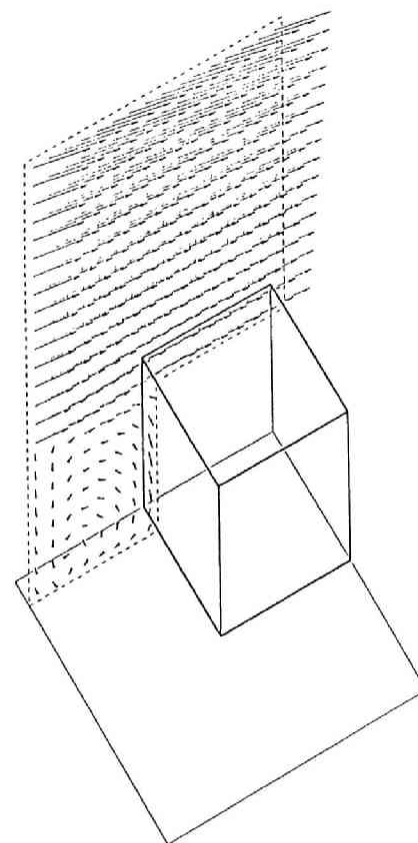
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Y= 19.00

☒ - 1 6 . y 4



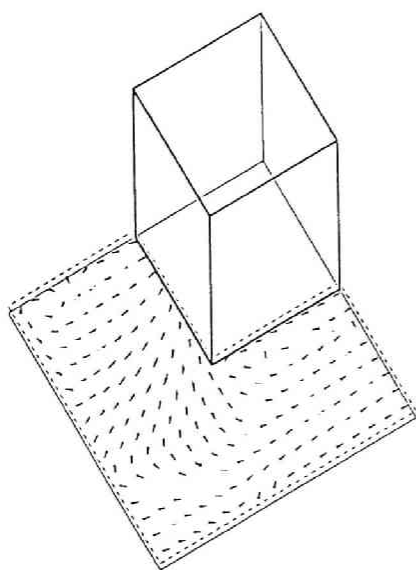
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Y= 23.00

☒ - 1 6 . y 5



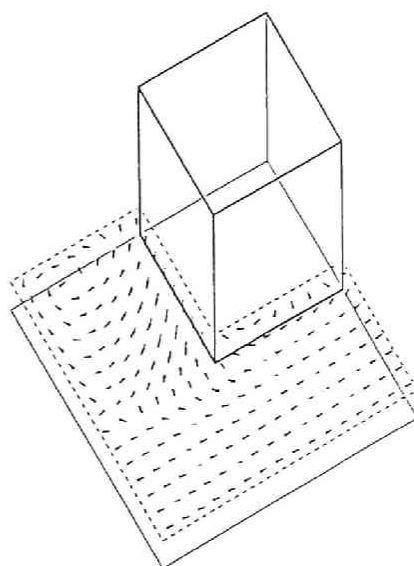
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Y= 29.00

☒ - 1 6 . y 6



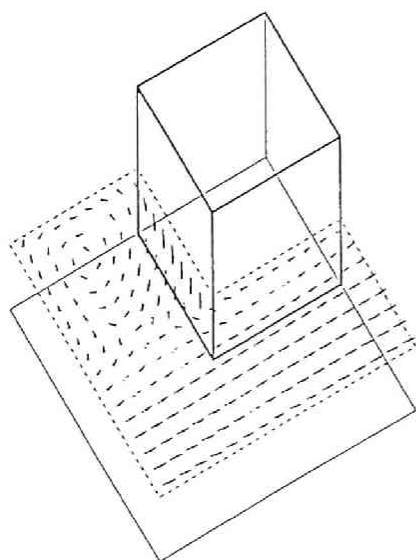
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Z= 0.75

☒ - 1 6 . z 1



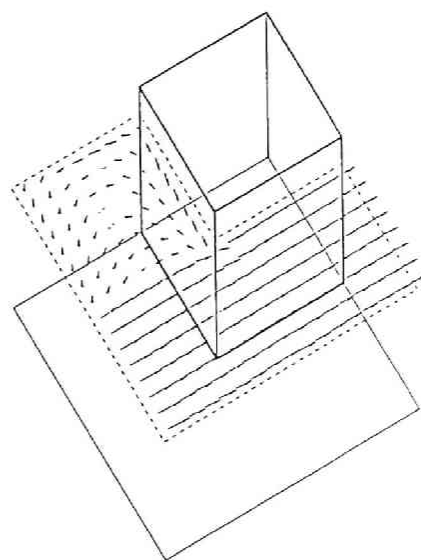
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Z= 3.00

☒ - 1 6 . z 2



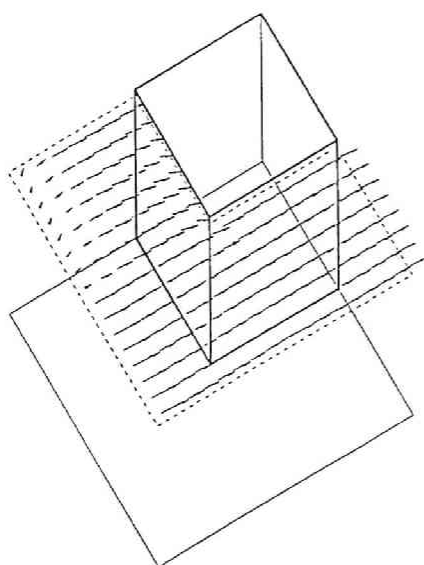
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Z= 7.00

☒ - 1 6 . z 3



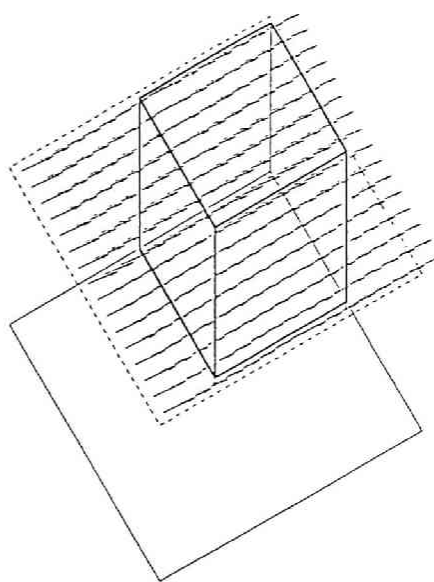
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Z= 13.00

☒ - 1 6 . z 4



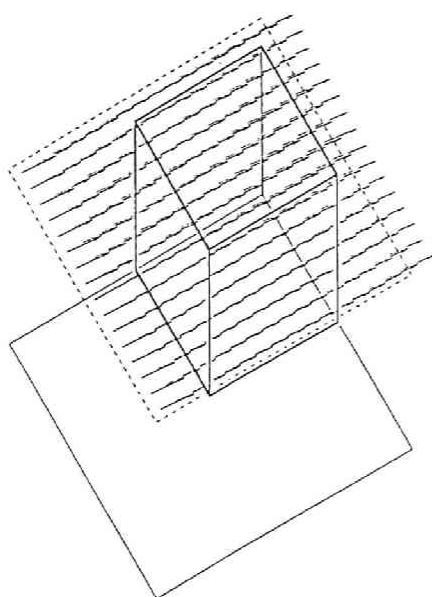
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Z= 15.25

图 - 1 6 . z 5



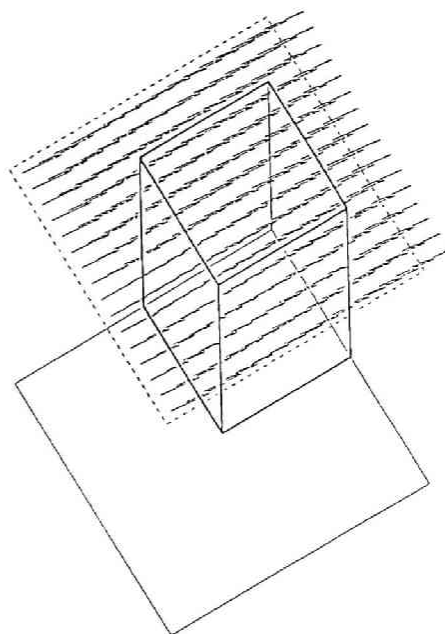
WIND DIREC. 22.5  
SECTION Z= 16.75

图 - 1 6 z 6



WIND DIREC. 22.5  
SECTION Z= 19.00

图 - 1 6 . z 7



WIND DIREC. 22.5  
SECTION Z= 23.00

图 - 1 6 . z 8

## 総 括

第1章では植物群落内の熱・水分収支をモデル化するに当り、植物群落内の放射輸送モデル、乱流モデル、そして根からの水分吸収モデルの3つのサブモデルのモデル化が必要になることを示した。また、植物群落内の熱・水分収支のモデル、放射輸送モデル、乱流モデル、そして根からの水分吸収モデルの4つのモデルについて現在までの研究成果のレビューを行った。

植物群落内の熱・水分収支をモデル化するに当り、植物群落内の熱・水分収支の基礎式をアンサンブル平均と空間平均を施すことにより、上記3つのサブモデルのうち、植物群落内の乱流モデルが必要になることを示した。また、葉面からの水分収支とエネルギー交換の式を表すことにより、植物群落内の放射輸送モデルと根からの水分吸収モデルの2つのサブモデルが必要になることを明らかにした。

植物群落内で熱・水分収支モデルのレビューに関しては、1) 現在のモデルはすべて1次元空間でのみ適用可能であること、2) 植物群落内の放射および気流性状に対して、どちらか一方（あるいは双方とも）に実験式を使用しているため、2次元、3次元場への拡張を不可能にしていること、3) 土壌内での熱・水分移動が考慮されていないため、SPAC (Soil-Plant-Atmosphere Continua) 全体をカバーしていないこと、について述べた。

植物群落内での放射輸送モデルのレビューに関しては、Rossの植物群落内で放射伝達モデルは現在ある放射輸送モデルのなかで最も洗練されていることを、Rossのモデルとほかの代表的なモデル4つの放射輸送モデルとの比較から説明した。

植物群落内での乱流モデルのレビューに関しては、現在最も使用されているWilson and Shawのモデルについて概説し、Wilson and Shawのモデルのもつモデル化の問題点について示した。Wilson and Shaw以外の代表的なモデルの概説とモデル化の問題点についても明らかにした。現在の植物群落内での乱流モデルに関するモデル化の際の問題点として、特に平均化操作に関する点がある。アンサンブル平均のみでは、

抵抗物体から生じる抗力をモデルに組み込むことは不可能であること、空間平均のみでは実験による測定データとの対応が困難であることについて概説した。

根からの水分吸収モデルのレビューに関しては、土壌内の熱・水分同時移動の方程式に根からの水分吸収関数を組み込むことによりSPACが可能であることを説明し、MolzとHerkelrathの吸水関数のモデルを用いることにより、土壌内の各部分から根によって吸収される水分量の予測が可能であることを示した。

第2章では、Rossの植物群落内放射輸送方程式について説明した。Rossの植物群落内放射輸送方程式は気体放射の理論を用いて導出されているが、本研究では固体放射の理論から導出することにより、Rossの放射輸送方程式のもつ下記の3つの問題点を明らかにした。即ち、

- (1) 基本体積要素内で、放射輝度が葉によって2回以上遮られる現象考慮されていない。(mutual shadingの問題と呼ぶことにする)
- (2) 基本体積要素内で、葉群による相互の散乱(気体放射で言うところの多重散乱(multi scattering)が考慮されていない。(多重散乱の問題)
- (3) Rossの放射輸送方程式に組み込まれている単一葉の散乱関数を正確に取り扱くと、現在の計算機では計算不可能となる。何らかの近似化が必要である。

mutual shadingの問題は放射輝度の直達成分を小さく見積る危険性がある。多重散乱が考慮されていない点と単一葉の散乱特性の近似化の問題に関しては、植物群落全体での散乱特性の予測精度の劣化の可能性がある。

Rossの放射輸送方程式は上記のような問題点を持つため、計算結果と実験データとの比較による検証が必要であることを示した。

第3章では、主にmutual shadingが実際にどの程度影響を及ぼすかについて実験データとの比較を行い、Rossのモデルの有効性を調べた。比較項目は植物キャノピーの透過率である。PAR(Photosynthetically Active Radiation)成分においては葉の散乱係数は小さい。PAR成分において植物キャノピーの透過率が測定と一致すれば、この場合の透過率は放射輝度の直達成分による透過率に近いので、mutual shadingの問題に関

してはそれほど考慮する必要がないと言える。

計算結果はSzeiczの測定データと比較的良好一致をみた。PAR, IR(Near Infra Red)各成分に関しても、計算結果は測定データと比較的良好対応を示した。PAR成分において予測が可能であったことは、Rossのモデルにおいてmutual shadingの問題に関してはそれほど考慮する必要がないと言える。IR成分において予測可能であったことは、Rossのモデルは高い散乱成分を有する場合にも適用可能であることを示した。

第4章では、主にRossのモデルに組み込む単一葉の散乱特性の近似化の問題と多重散乱の問題に関して検討した。現在の計算機の能力ではRossのモデルを正確に数値計算することは不可能に近いので、何らかの近似化が必要になる。単一葉の散乱特性を近似化することにより、計算が可能になるが、その近似化による誤差が実際にはどの程度のものであるかを、Ransonの実験データとの比較を行うことによって調べた。単一葉の散乱特性をLambertian（即ち、単一葉の散乱特性は反射率と透過率によって表される）と近似した。比較項目は植物キャノピーのReflectance Factorである。この量が測定値と一致すれば、単一葉の散乱特性をLambertianの近似の問題と多重散乱を考慮していない問題に関してはそれほど考慮する必要がないと言える。

計算結果はRansonの測定データと良好一致をみた。PAR, IR各成分に関しても、計算結果は測定データと良好対応を示した。単一葉の散乱特性をLambertianと仮定した近似解法でのRossのモデルの計算結果とRansonの測定データとの比較から、この近似方法で実用上十分であることを示した。

以上、第3章と第4章における測定データとRossのモデルの計算結果との比較から、Rossの植物群落内放射輸送方程式は実用的な使用に関しては十分な精度で予測可能であることを明らかにした。

第5章では植物群落内での乱流モデルの作成を試みた。現在までの植物群落内乱流モデルのレビューを行うことにより、モデル構成方法に関する以下の2つの問題点を明らかにした。1つは、平均化操作の問題である。今迄のモデルでは空間平均かアンサンブル平均のみを行っている。植物群落内乱流のモデル化には両方の平均操



作が必要になることを示した。もう1つは、完結性の問題である。植物群落内の乱流モデルの多くが1次元の流れ場のみを対象にしており、レンジスケールを既知のものとして与えているため、2次元、3次元場に拡張できないことを指摘した。

本研究でのモデル構成方法に関しては、まず第一に平均化操作の方法を明確にした。次に本研究で示した平均化操作を用いて基礎式（連続の式とNavier-Stokesの式）を平均化し、乱流場の支配方程式（平均流に関する連続の式、平均流の式、乱れのエネルギー式、レイノルズ応力の式、粘性消散の式）を導出した。最後に乱流場の支配方程式をモデル化し、植物群落内の乱流モデルを作成した。

平均化操作に関しては、平均化操作の方法と空間平均の定義の方法について述べた。平均化操作の方法については、アンサンブル平均した後に空間平均を行った。この方法の利点は、空間平均した後にアンサンブル平均を行う方法に比べて、実験との比較が容易な点である。空間平均の定義については、フィルター関数の導入によって空間平均を行う方法を考案した。フィルター関数は十分に滑らか（即ち、無限回微分可能）とした。このことによって、基礎方程式や相関方程式の空間平均操作を容易にし、また平均化空間内にある物体の体積をも考慮した空間平均を可能にした。

乱流場の支配方程式の導出に関しては、まず第一に上記に示した平均化操作を用いて基礎式を平均化し、平均流に関する連続の式と平均流の式を導出した。つぎに基礎式および平均流に関する連続の式と平均流の式から、乱れのエネルギー式、レイノルズ応力の式、粘性消散の式を導出した。

乱流場の支配方程式のモデリングに関しては、植物群落内の乱流特性量（レイノルズ応力、乱れのエネルギー、粘性消散）の定義を新たに行い、これらの乱流特性量の支配方程式をLaunder et al.の半実験的手法に従ってモデル化した。

本研究で作成した植物群落内の乱流モデルの特長としては、次の4点が挙げられる。

- (1) モデルが完結しており、2次元、3次元場にも適用できる。
- (2) 体積変化のある抵抗物体がある場合にもモデルが適用できる。
- (3) 抵抗物体の作り出す渦のレンジスケールを考慮した。
- (4) 気層のみの領域では、Launder et al.の( $k - \epsilon$ )モデルや応力方程式モデルに一致する。植物群落内外の気流性状が1つのモデルで表される。

第6章では、第5章で示した植物群落内乱流モデルの有効性を検証するために、モデルの計算結果と実験データとの比較を行った。本研究で示した植物群落内乱流モデルは内部の抵抗物体が体積をもつ場合にも適用可能であるため、同じモデルが都市キャノピー乱流にも適用できる。この章では、第5章で提示した乱流モデルを植物キャノピー乱流と都市キャノピー乱流に適用し、モデルの有効性を検討した。

植物キャノピー乱流に関しては、計算結果とShaw et al.の測定データとWilsonの測定データとの比較からモデルの検証を行った。平均流に関しては、計算結果はどちらの測定データとも良い一致を示した。乱れのエネルギーに関しては、モデルで用いた乱れのエネルギーと測定データとは定義が異なるため正確な比較はできなかったが、定性的な傾向は一致した。

都市キャノピー乱流に関しては、測定データは入手できなかったため、比較のためのデータはモデル都市キャノピーを想定し、 $(k - \epsilon)$  2 方程式モデルにより3次元精緻計算を行い、第5章で提示した乱流モデルの検証のための基礎データとした。乱流モデルの計算結果と基礎データとを比較した結果については、平均流に関しては基礎データと良い一致を示した。乱れのエネルギーに関しては、基礎データと定性的には一致したが、基礎データに比べて小さな値を示した。

第7章では、本研究で提示した植物群落内乱流モデルとほかの植物群落内乱流モデルとの違いをモデル構成面から比較した。比較したモデルとしては、Wilson and Shawのモデル、Yamadaと鵜野のモデル、村上、加藤らのモデル、そしてWilsonのモデルを取り上げた。

Wilson and Shawのモデルの特長をモデル構成面から見ると以下のような点が挙げられる。

- 1.空間平均のみを施している。このため、有限の体積での空間平均にこのモデルを適用すれば、時間的な定常性は保証されない。
- 2.粘性消散あるいはレングスケールの方程式が導出されていない。このため、モデルが完結したものとなっていない。

Yamadaと鵜野のモデルのモデル構成面の特長は以下のような点である。即ち、Yamadaのモデルでは、空間平均とアンサンブル平均とは等価と考えて、Wilson and

Shawのモデルを  $(k - k_1)$  2 方程式モデルに変換している。Navier-Stokes式からの誘導は行っていない。鷗野のモデルはYamadaのモデルを  $(k - \epsilon)$  2 方程式モデルに変換している。どちらのモデルも完結している。

村上，加藤らのモデルでは，粘性消散の式を除いてモデル化の手法が示されていない。ただし，モデルは完結している。

Wilsonのモデルのモデルの特長をモデル構成面から見ると以下のような点が挙げられる。

1. 小さいタイムスケールの乱れの方程式を無視している。この原因は，Navier-Stokes式の空間平均を取らず，直接Navier-Stokes式に葉の抗力項を加えたことに因る。
2. 小さいタイムスケールの乱れの方程式を無視したため，粘性消散量のモデルを間違えている。
3. レングスケールを既知として代数的にモデルに組み込んでいるため，モデルが完結していない。

第8章では，本研究で示した植物群落内乱流モデルとほかのモデルとの違いを，計算結果の比較において考察した。比較のために用いたモデルは，Yamadaと鷗野のモデルと村上，加藤らのモデルを取り上げた。第7章で示した他のモデルはモデルが完結していないため，ここでは取り上げなかった。以下のような点が明らかとなった。

1. Yamadaと鷗野のモデルでは，計算結果は係数の変化に過度に反応する。測定データと一致させることは困難である。
2. 村上，加藤らのモデルでは粘性消散の式にペナルティ係数を使用している。この係数は十分大きい値を取ると仮定しているが，実際にはこの係数の最適な値は小さい。
3. 本研究で示したモデルの導出方法からYamadaと鷗野のモデルを解釈すれば，Yamadaと鷗野のモデルでは，乱れのエネルギーの分散成分のエネルギー収支において，局所平衡を仮定したことになる。

以上、第6章から第8章までのモデル構成上と計算結果との両面の比較、考察により、現在までの植物群落内乱流モデルの持つ問題点のいくつかは本研究で示した乱流モデルで解決し得たものとする。

第9章では、第5章で提示した乱流モデルの検証のための基礎データを得るために、モデル都市キャノピーを想定し、 $(k-\epsilon)$  2方程式モデルにより3次元計算を行い、モデル都市キャノピーの3次元計算の詳細を示した。この章の計算結果を第6章で用いた都市キャノピー乱流の基礎データとした。

以上、植物群落内の熱・水分収支モデルのなかの3つのサブモデルのうち、放射輸送モデルと乱流モデルについて考察し、その有効性を検証した。

## 発 表 論 文

- (A-1) 中村泰人, 平岡久司, 西村浩一: 市街地空間における気温分布性状に関する実験的研究, 日本建築学会計画系論文報告集, 第364号, 昭和61年, p.48-56.
- (A-2) 中村泰人, 平岡久司, 西村浩一: 市街地空間における表面の温度および熱流性状に関する実験的研究, 日本建築学会計画系論文報告集, 第364号, 昭和61年, p.57-65.
- (A-3) 中村泰人, 平岡久司: 二次元長方形市街地空間における表面の温度および熱流に関する解析的研究, 日本建築学会計画系論文報告集, 第367号, 昭和61年, p.8-14.
- (A-4) 中村泰人, 平岡久司: 二次元長方形市街地空間の路上にある人体の熱負荷に関する解析的研究, 日本建築学会計画系論文報告集, 第369号, 昭和61年, p.12-21.
- (A-5) 平岡久司, 丸山 敬, 中村泰人, 桂 順治: 植物群落内および都市キャノピー内の乱流モデルに関する研究, (その1) 乱流モデルの作成, 日本建築学会計画系論文報告集, 第406号, 1989年, p.1-9.
- (A-6) 平岡久司, 丸山 敬, 中村泰人, 桂 順治: 植物群落内および都市キャノピー内の乱流モデルに関する研究, (その2) 実験データとの比較によるモデルの検証, 日本建築学会計画系論文報告集, 第416号, 1990年, pp.1-8.
- (A-7) 平岡久司, 中村泰人: Ross, J. の植物群落内放射輸送モデルに関する研究, (その1) Szeicz, G. の測定データとの比較, 日本建築学会計画系論文報告集, 第416号, 1990年, pp.17-24.
- (A-8) 平岡久司, 中村泰人: MAC法による応力方程式モデルの解法, 日本建築学会計画系論文報告集, 第416号, 1992年, pp.1-10
- (A-9) 平岡久司: 都市接地気層における気流と熱拡散問題, 伝熱研究, vol.31, No.121, 1992年, pp.2-7.

- (A-10) 平岡久司：cross diffusion 項をもつ移流拡散方程式の安定性解析，日本建築学会計画系論文報告，第443号，1993年，1月，pp.7-14
- (A-11) 平岡久司：Ross, J. の植物群落内放射輸送モデルに関する研究，（その2）Ranson, K.J. の測定データとの比較，日本建築学会計画系論文報告，第443号，1993年，1月，pp.1-6.
- (B-1) 平岡久司、丸山 敬：植物群落内および都市キャノピー内での乱流モデルの考察、第3回 生研NSTシンポジウム講演論文集，1987年，pp.87-93.
- (B-2) 平岡久司、丸山 敬：植物群落内および都市キャノピー内での乱流モデルの考察、（抵抗物体の体積変化を考慮した解法について），第4回 生研NSTシンポジウム講演論文集，1988年，pp.88-96.
- (B-3) 平岡久司：植栽での温熱空気移動のモデリング，日本建築学会環境工学委員会 熱・空気環境小委員会 第19回シンポジウム，熱・空気複合系のモデリング，1989年，pp.11-20.
- (B-4) 平岡久司：MAC法による応力方程式モデルの安定性解析，第5回 数値流体力学シンポジウム，1991年，pp.295-298.
- (C-1) Hiraoka, H., Nakamura, Y., Nishimura, H. and Yoshida, A. : Numerical Analysis of Thermal Load on a Model Person Standing in a two-dimensional Rectangular Cavity Surface Simulating an Urban Canyon, in Proceedings of The Tenth International Biometeorological Congress, held in Tokyo, 1984.
- (C-2) Nakamura, Y. and Hiraoka, H., Nishimura, H. and Yoshida, A. : Measurement of Thermal Load on a Human Body in an Urban Canyon of the Two-dimensional Rectangular Cavity Type, in Proceedings of The Tenth International Biometeorological Congress, held in Tokyo, 1984.
- (C-3) Hiraoka, H. : Turbulence Closure Model for Passive Thermal Diffusion in Urban

Boundary Layer, in IFHP/CIB/WMO/IGU International Conference on Urban Climate, Planning and Building, held at Kyoto, Japan, 1989.

(C-4) Hiraoka, H. and Nakamura, Y. : Room Airflow Analysis by Means of Differential Stress Model, in International Symposium on Room Air Convection and Ventilation Effectiveness, held at Tokyo, Japan, 1992, pp.366-371.

(C-5) Hiraoka, H. : Modelling of Turbulent Flows within Plant/Urban Canopies, in First International Symposium on Computational Wind Engineering, held at Tokyo, 1992, pp.430-435.

(C-6) Hiraoka, H. : Radiation Transfer Model within Plant Canopy, in Conference on Urban Thermal Environment, Special in Tohwa, 1992, held at Fukuoka, 1992, pp.129-130.

(D-1) 平岡久司、寺井俊夫、新田勝通：室内気流分布の数値計算（2），昭和52年度 日本建築学会近畿支部研究報告集（計画系），1977年，pp.101-104.

(D-2) 平岡久司、寺井俊夫、新田勝通：室温の統計的予測について，昭和53年度 日本建築学会近畿支部研究報告集（計画系），1978年，pp.65-68.

(D-3) 平岡久司：乱流モデルによるブシネー近似の導出，およびモデルの検定法について，昭和54年度 日本建築学会近畿支部研究報告集（計画系），1979年，pp.61-64.

(D-4) 平岡久司：乱流モデルに関する研究（3次相関関数の近似及び2次相関の陽な表現について），昭和55年度 日本建築学会近畿支部研究報告集（計画系），1980年，pp.81-84.

(D-5) 平岡久司：相関関数法による乱流モデルの作成，昭和56年度 日本建築学会近畿支部研究報告集（計画系），1981年，pp.153-156.

(D-6) 平岡久司：有限要素法による室内気流分布の数値計算，第22回 日本建築学会近畿支部研究報告集（計画系），1982年，pp.141-144.

(D-7) 平岡久司：有限要素法による室内気流分布の数値計算（MAC法のアル

- ゴリズムと変数配置との関係による圧力振動について), 第23回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1983年, pp.137-140.
- (D-8) 西村浩一, 中村泰人, 平岡久司, 吉田篤正: 二次元長方形キャビティ空間の熱環境制御に関する実験, 第24回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1984年, pp.77-80.
- (D-9) 平岡久司, 中村泰人, 西村浩一, 吉田篤正: 二次元長方形キャビティ空間の熱環境制御に関する数値解析, 第24回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1984年, pp.81-84.
- (D-10) 永岡孝一, 中村泰人, 平岡久司: 市街地空間の地上における気流性状, 第25回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1985年, pp.9-12.
- (D-11) 西村浩一, 中村泰人, 平岡久司, 永岡孝一: 市街地の表面における温度・熱流性状, 第25回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1985年, pp.61-64.
- (D-12) 平岡久司, 中村泰人, 西村浩一: 二次元市街地空間における人体熱負荷計算, 第25回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1985年, pp.65-68.
- (D-13) 平岡久司, 中村泰人, ジャミ・グル・ナジャモ, 小林春二, 吉田篤正: 放射を中心とした市街地空間の熱環境調査, 第26回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1986年, pp.137-140.
- (D-14) ジャミ・グル・ナジャモ, 中村泰人, 平岡久司, 鈴木好之, 吉田篤正: 人体熱収支に関する緑の温度調節効果についての実験的研究, 第26回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1986年, pp.141-144.
- (D-15) 小林春二, 中村泰人, 平岡久司: 二次元市街地空間の地上における人体熱負荷計算(湿った土壌の効果について), 第26回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1986年, pp.145-148.
- (D-16) 平岡久司: 日射遮蔽物の光の透過特性を数値計算により求める方法について, 第27回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1987年, pp.197-200.



- (D-17) 平岡久司, 中村泰人, 丸山 敬: 植物群落内および都市キャノピー内での乱流モデル, 第28回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1988年, pp.225-228.
- (D-18) 中村泰人, 吉岡知之, 平岡久司: 都市の気候学的熱環境モデルの作成(都市の熱環境制御に関する気候学的研究 その2), 第28回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1988年, pp.237-240.
- (D-19) 平岡久司, 中村泰人: 植物群落内の熱水分収支のシミュレーションモデル, 第25回 日本伝熱シンポジウム講演論文集, 第2分冊, 1988年, pp.355-357.
- (D-20) 平岡久司, 中村泰人: 数値シミュレーションによる植物群落内の放射特性の解析, 第29回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1989年, pp.117-120.
- (D-21) 平岡久司, 中村泰人: Ross, J. の植物群落内放射伝達モデルに関する研究, (Szeicz, G. の測定データとの比較(下向き放射束密度)), 第30回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1990年, pp.185-188.
- (D-22) 平岡久司: 応力方程式モデルによる2次元室内気流計算, 第31回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1991年, pp.169-172.
- (D-23) 平岡久司, 中村泰人: 都市環境制御のための植物群落内放射伝達モデルに関する研究, 第29回 日本伝熱シンポジウム講演論文集, 1992, pp.187-189.
- (D-24) 平岡久司: cross diffusion項をもつ2次元移流拡散方程式の安定性解析, 第32回 日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 1992年, pp.97-100.
- (E-1) 平岡久司: 数値シミュレーションによる植物群落内の放射特性, 日本農業気象学会近畿支部大会講演要旨, 1989年, pp.15-18.
- (E-2) 平岡久司: Rossの植物群落内放射輸送方程式の研究, (実験データとモ

デルの比較)，日本農業気象学会近畿支部大会講演要旨，1990年，  
pp.11-14.

(E-3) 平岡久司：植物および都市キャノピー内の乱流モデルの比較，日本農業  
気象学会近畿支部大会講演要旨，1991年，pp.5-8.

(F-1) 平岡久司：植物群落内での乱流モデルの考察，日本農業気象学会1989年  
度全国大会－日本生物環境調節学会第27回集会合同大会講演要旨，  
1989年，pp.98-99.

(F-2) 平岡久司：Rossの植物群落内放射輸送方程式の研究，（実験データとモ  
デルの比較），日本農業気象学会1991年度全国大会－日本生物環境調  
節学会第29回集会合同大会講演要旨，1991年，pp.30-31.

## 謝 辞

本研究を行うにあたっては、以下の方々の助言や協力を頂いた。植物群落内の熱・水分収支のモデル化に関しては、お茶の水女子大学理学部 内嶋善兵衛教授から入手が困難な貴重な資料を快く提供して頂いた。植物群落内の放射輸送モデルと根からの水分の吸収モデルに関しては、京都大学農学部 堀江 武教授から数々の貴重な御意見を頂いた。また、学位論文も快く贈呈して頂いた。植物群落内の乱流モデルに関しては、東北農業試験場 井上君夫博士、国立環境研究所 鶴野伊津志主任研究員、東京大学生産技術研究所 加藤信介助教授、京都大学防災研究所 丸山敬助手から助言や協力を頂いた。井上博士には農業気象分野での植物群落内の乱流モデルに関しての数々の貴重な御意見や助言を頂いた。また、学位論文も快く贈呈して頂いた。鶴野主任研究員には都市キャノピー乱流のモデル化についての数々の貴重な御意見や助言を頂いた。また、学位論文も快く寄贈して頂いた。加藤助教授には植物群落内の乱流モデルだけでなく乱流モデル全般にわたって数々の貴重な御意見や助言を頂いた。また、抵抗物体を有する乱流場のモデル化の論文も頂いた。丸山助手からは貴重なデータを快く提供して頂いた。また、丸山助手との何回もの討論が植物群落内乱流モデルの作成に関して非常に有益であった。以上の方々に対し、心より感謝の意を表します。

最後に、本論文の完成にあたり、懇切なご指導と数々の励ましを頂いた京都大学工学部 中村泰人教授、桂 順治教授、平岡正勝教授に心より感謝致します。



